

# EFICIÊNCIA E PRODUTIVIDADE DOS GASTOS PÚBLICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL. UMA ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DOS MUNICÍPIOS POTIGUARES

## *EFFICIENCY AND PRODUCTIVITY OF PUBLIC SPENDING ON BASIC EDUCATION. AN ANALYSIS OF CONVERGENCE OF MUNICIPALITIES POTIGUARES*

Francisco Danilo da Silva Ferreira\*  
Jorge Luiz Mariano da Silva\*\*

### RESUMO

O presente trabalho almeja avaliar a eficiência e a dinâmica da produtividade dos gastos no ensino fundamental dos municípios potiguares nos anos de 2005 e 2011, bem como, verificar a possível tendência de convergência na evolução dos níveis de eficiência no longo prazo. Para tanto, empregou-se o método DEA e o índice de Malmquist, assim como, a cadeia de Markov com a finalidade de visualizar a trajetória e a convergência dos índices de eficiência alcançado pelos municípios em análise. Os resultados alcançados com método DEA e o índice de Malmquist evidenciam que os municípios potiguares apresentaram melhora no desempenho entre os períodos analisados. Todavia, a matriz de transição revela que os municípios potiguares não apresentam tendência de convergência no longo prazo, mesmo estes compartilhando do mesmo sistema de financiamento. Neste contexto, espera-se que os municípios ineficientes adotem as práticas organizacionais e administrativas dos municípios que atingiram a eficiência plena.

**Palavras-chave.** Eficiência, produtividade, convergência

**Classificação JEL:** H52, I28

### Abstract

This study aims to evaluate the efficiency and the dynamics of productivity of spending on primary education of potiguares municipalities in 2005 and 2011 as well, check the possible convergence trend in the evolution of the long-term efficiency levels. For this, we used the DEA method and Malmquist index, as well as the Markov chain in order to view the trajectory and the convergence of efficiency ratios achieved by the municipalities in question. The results achieved with DEA method and Malmquist index, it is clear that potiguares municipalities showed improvement in performance between the periods analyzed. However, the transition matrix shows that potiguares municipalities have not long term trend of convergence, even those sharing the same funding system. In this context, it is expected that the inefficient municipalities adopt organizational and administrative practices of municipalities that have reached full efficiency.

**Keywords:** Efficiency, productivity, convergence

**Classification JEL:** H52, I28

## 1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, a literatura das finanças públicas, via de regra, tem se dedicado à análise do comportamento das despesas públicas. No Brasil, a discussão das despesas incide em sua maior parte sobre os resultados da efetuação dos mesmos, tendo

---

\*Professor da Universidade do Estado do Rio Grande do Norte. E-mail: ffdanilloferreira@gmail.com.br

\*\* Professor do Departamento de Economia da UFRN. E-mail: jdalmariano@gmail.com

em vista a baixa qualidade dos serviços públicos ofertados, frente a uma elevada carga tributária imposta à sociedade, elevando o interesse pela avaliação da eficiência nas mais variadas áreas do setor público.

Segundo Afonso *et al.* (2003), as despesas públicas são consideradas como fator relevante na promoção do crescimento econômico e do bem-estar social. Neste contexto, o gasto público em educação destaca-se frente aos demais dispêndios, visto que os investimentos em educação contribuem para redução das desigualdades sociais, redução da concentração de renda e pobreza, bem como, eleva o nível de produtividade da mão-de-obra, constituindo, portanto, como importante instrumento para o desenvolvimento econômico e social de uma nação.

No Brasil, nas últimas décadas, os aportes de recursos destinados à educação elevaram-se significativamente, sendo este fruto dos esforços do poder público em assegurar a democratização e a universalização do ensino no País. Dentre estes esforços pode-se mencionar a criação de fundos multigovernamentais para o financiamento da educação básica. Em 1996, foi instituído o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e Valorização do Magistério (FUNDEF), o mesmo tratava-se de um fundo de âmbito nacional, o qual buscava assegurar recursos para o ensino fundamental.

Em substituição ao FUNDEF, o governo federal instituiu o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento e Valorização dos Profissionais da Educação (FUNDEB), tendo como objetivo a democratização e universalização da educação básica no País. O FUNDEB, introduziu modificações na estrutura de financiamento da educação básica no Brasil. Dentre estas modificações pode-se citar a ampliação de sua abrangência, passando a atender toda a educação básica<sup>1</sup>, assim como, o acréscimo de novas receitas de impostos e transferências na composição do fundo e a progressiva elevação do valor vinculado das receitas de impostos e transferências que já compõe o FUNDEF, passando de 15% para 20%. Contudo, vale destacar que o mesmo apresenta semelhança em relação ao FUNDEF, quanto à lógica de funcionamento e na forma de gestão do fundo.

No entanto, mesmo com os citados esforços, os quais asseguraram e elevaram os aportes de recursos destinados à educação, não se pode concluir que houve avanços na qualidade do ensino no país, assim como, a minimização das desigualdades nas condições de oferta de ensino. Neste sentido, surge o seguinte questionamento: diante dos esforços realizados, principalmente na tentativa de minimizar as desigualdades entre os entes federados, será que há uma convergência de desempenho (eficiência) dos municípios potiguares no longo prazo? Dado que os mesmos seguem as mesmas normas e diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação (MEC), bem como, compartilham do mesmo sistema de financiamento que estabelece critérios de rateio dos recursos.

Buscando responder o questionamento acima, a presente pesquisa empregará três exercícios empíricos. O primeiro corresponde à análise envoltória de dados – *Data Envelopment Analysis* (DEA), a mesma constitui-se em um método não paramétrico, o qual emprega múltiplos produtos e insumos para determinar a eficiência relativa do gasto público no ensino fundamental nos municípios potiguares.

Entretanto, a análise envoltória de dados se caracteriza como uma análise estática da eficiência, tendo em vista que as unidades produtivas são analisadas em um dado período. Neste sentido, para uma análise dinâmica da eficiência, o presente

---

<sup>1</sup> A educação básica compreende a Creche, pré-escola, ensino fundamental, ensino médio e educação de jovens e adultos.

trabalho pretende empregar o índice de *Malmquist*, assim como, a cadeia de Markov como um método auxiliar ao referido índice. Neste sentido, as referidas técnicas buscam estimar a dinâmica da produtividade, bem como, avaliar a evolução e a convergência dos índices de eficiência dos municípios potiguares.

Neste contexto, identifica-se como objetivo geral avaliar a eficiência e a dinâmica da produtividade dos gastos no ensino fundamental dos municípios potiguares nos anos de 2005 e 2011. Assim como, verificar a possível tendência de convergência ou divergência na evolução da eficiência no longo prazo.

Após esses aspectos introdutórios, torna-se importante ressaltar que o estudo se encontra dividido em mais 4 itens. A seguir, apresenta-se uma seção que dimensiona uma revisão da literatura, a qual apresenta trabalhos que já abordaram a eficiência do gasto em educação. Na sequência, expõe-se a seção que discute o instrumental metodológico. Finalmente, destacam-se os resultados e as considerações finais do presente trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nos últimos anos, é crescente o número de estudos acadêmicos dedicados à análise empírica da eficiência e do desempenho do setor educacional, sendo que parcela significativa dos referidos estudos recorrem aos métodos não paramétricos, tendo como destaque a análise envoltória de dados (DEA), o qual emprega um conjunto de insumos (*inputs*) e produtos (*outputs*) na construção de uma fronteira eficiente. Neste sentido, segue-se uma ampla literatura aplicada à referida área.

A preocupação quanto ao desempenho e à eficiência educacional na literatura internacional remonta aos trabalhos desenvolvidos por Coleman *et al.* (1966). Entretanto, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) foram os pioneiros na avaliação da eficiência no setor educacional empregando métodos não paramétricos, os mesmos elaboraram a fronteira de eficiência por meio da análise envoltória de dados. A partir de então, surgiram inúmeros trabalhos aplicados à educação, com distintas abordagens.

A recente abordagem da análise de eficiência na educação na literatura internacional tem como destaque os trabalhos desenvolvidos por Afonso e Aubyn (2005) e Wilson (2005). Os trabalhos desenvolvidos pelos mesmos incorporaram inovações na aplicação da Análise Envoltória de Dados (DEA), com o intuito de tornar robusta a análise da eficiência. Os referidos autores empregaram os resultados de exames de proficiência do *Program for International Student Assessment* (PISA), sendo também utilizadas variáveis socioeconômicas e a escolaridade dos pais.

Wilson (2005), por sua vez, incorporou todas as variáveis em apenas uma estimação do DEA. Por outro lado, Afonso e Aubyn (2005) realizam uma análise em dois estágios. No primeiro momento, foi estimado um DEA sendo incorporadas todas as variáveis em análise. No segundo estágio, é empregada a análise de regressão dos índices de eficiência que foram obtidos para cada unidade escolar no primeiro estágio da análise. Neste estágio, é possível identificar as variáveis que influenciam os níveis de eficiência das unidades escolares. No entanto, as variáveis não estão sobre o controle da gestão escolar.

Quanto a mudanças de produtividade na educação, destaca-se o trabalho desenvolvido por Bradley *et al.* (2010), ao investigar o nível de eficiência e a mudança de produtividade durante o período de 1999-2003 para o setor educacional na Inglaterra. Para tanto, os autores realizaram a análise em dois estágios. Primeiramente, empregaram a análise envoltória de dados (DEA) e o índice de produtividade de *Malmquist*. No segundo momento, os mesmos estimam um painel aleatório, buscando evidenciar os fatores que afetam o nível de eficiência. Bradley *et al.* (2010) constataram significativas mudanças na produtividade, o que não se verificou para o índice de

eficiência. No segundo estágio da análise, os mesmos evidenciaram que variáveis como sexo, etnia e idade são mais relevantes que as variáveis relativas ao pessoal na determinação dos níveis de eficiência. Os autores ainda evidenciaram que a taxa de desemprego local influencia no nível de eficiência dos estabelecimentos escolares.

Na literatura nacional, destacam-se Delgado e Machado (2007), os quais elaboram uma análise da eficiência das escolas públicas estaduais mineiras nos níveis fundamental e médio, em dois estágios. No primeiro momento, os autores estimaram os escores de eficiência técnica por meio do método DEA. No segundo estágio, Delgado e Machado (2007), confrontam os índices de eficiência estimados pelo DEA através da utilização da regressão com variáveis socioeconômicas, de infraestrutura e de dotação das escolas em análise. Os resultados demonstraram que as escolas classificadas como eficientes proveem ensino de qualidade a um custo relativamente menor do que as ineficientes. Os autores ainda evidenciaram que há uma complementaridade dos insumos, dentro e fora da escola, possibilitando melhor desempenho das unidades escolares.

Na avaliação dos gastos no ensino fundamental dos municípios paulistas, Zoghbi *et al.* (2011) empregaram índices e indicadores de resultado em uma análise de fronteira eficiente, sendo o referido trabalho o primeiro na literatura nacional a empregar indicadores de desempenho em uma análise de eficiência. Os referidos indicadores correspondem às notas da prova Brasil e ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) como medidas de produto. Outro aspecto inovador do referido trabalho refere-se à relação entre a eficiência e o grau de municipalização do ensino, onde os mesmos constataram que os municípios que apresentam uma rede de ensino mais municipalizada tendem a buscar excelência e eficiência em termos de desempenho dos alunos.

Adotando a metodologia desenvolvida por Thanassoulis (1999) e posteriormente estendida por Portela e Thanassoulis (2001), Sampaio e Guimarães (2009) estimaram a eficiência técnica das escolas públicas e privadas. A referida metodologia decompõe a eficiência em dois componentes distintos: um componente atribui a eficiência ao estabelecimento escolar ao qual o aluno frequentou e outro atribui a eficiência ao estudante. Os resultados alcançados por Sampaio e Guimarães (2009) demonstram que há significativas diferenças entre as escolas públicas e privadas, sendo que estas últimas obtiveram eficiência máxima, enquanto as escolas públicas ficaram com um coeficiente de 0,901, destacando-se as escolas públicas federais as quais obtiveram um escore de 0,910, enquanto as escolas públicas da rede estadual obtiveram 0,879. Os autores também analisaram a equidade do ensino para os diferentes níveis de conhecimento dos estudantes, sendo que o ensino público federal apresentou desempenho tão bom quanto o ensino privado para os melhores alunos. Por outro lado, os alunos do ensino público da rede estadual que apresentam melhores níveis de conhecimento são os mais prejudicados.

Machado Junior *et al.* (2011) elaboram uma análise para os gastos em educação, saúde e assistência social dos municípios cearenses no ano de 2005, a referida análise foi orientada a insumo com retornos constante de escala, tendo em vista que os mesmos objetivavam minimizar os gastos públicos, mantendo o nível de eficiência nas referidas funções analisadas. Os autores também objetivavam apontar os *benchmarks* para cada modelo. Os resultados demonstraram que os municípios cearenses no gasto público agregado (educação, saúde e assistência social) apresentam um desempenho satisfatório, apresentando um escore de 0,888. Entretanto, os desempenhos individuais dos gastos em análise apresentaram uma baixa eficiência, sendo os gastos em educação o menos eficiente, apresentando um escore médio de 0,206.

### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Estratégia metodológica e base de dados

Antes de apresentar o instrumental metodológico empregado no presente trabalho, é imprescindível descrever as fontes e o tratamento dos dados, tendo em vista estimativas consistentes. Neste sentido, para a execução do DEA, assim como, para o índice de *Malmquist* e a cadeia de Markov, serão utilizados dados de origem secundária, sendo os mesmos procedentes de duas fontes distintas. A primeira fonte de informações corresponde à base de dados do Ministério da Fazenda denominado “Finanças do Brasil” (FINBRA). O referido banco de dados, criado pela Secretaria do Tesouro Nacional (STN) em parceria com a Caixa Econômica Federal (CEF), disponibiliza informações contábeis alusivas às finanças dos municípios brasileiros. Nele serão coletados dados referentes aos gastos no ensino fundamental realizados pelos municípios potiguares nos anos de 2005 e 2011, os quais serão considerados como *inputs*. Todavia, a cobertura do FINBRA não é completa, tendo em vista a omissão de informações fiscais de alguns municípios junto à Secretaria do Tesouro Nacional. Diante disto, apenas serão considerados, na presente pesquisa, os municípios que apresentam informações para os dois anos em análise.

A segunda fonte de informações corresponde aos microdados do censo escolar, que fornece informações estatístico-educacionais de âmbito nacional, possibilitando um amplo panorama do sistema educacional brasileiro (INEP 2013). O censo coleta informações sobre estabelecimento, matrículas, funções docentes, movimento e rendimento escolar. Assim, a fim de avaliar a eficiência e a dinâmica da mesma no gasto no ensino fundamental nos municípios brasileiros, serão coletados dados referentes à referida modalidade de ensino. Neste sentido, as variáveis do censo empregadas como *outputs* correspondem ao número de professores, o número de salas e o número de matrículas. As referidas informações são disponibilizadas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), órgão vinculado ao ministério da educação. Os *outputs* escolhidos tentam refletir a realização dos gastos no ensino fundamental, sobretudo dos recursos do FUNDEB<sup>2</sup>, a qual se constitui o principal meio de financiamento do ensino fundamental. Na Tabela 1, são apresentadas as estatísticas descritivas das variáveis empregadas nos métodos acima descritos.

**Tabela 1** - Estatística descritiva dos *inputs* e *outputs* para os anos de 2005 de 2011

Variáveis	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
2005				
Gasto/mat ( <i>input</i> )	4.744,00	11.882,20	1.028,21	9.271,75
Professor/mat ( <i>output</i> )	0,254	0,125	0,045	1,100
Sala/mat ( <i>output</i> )	0,193	0,480	0,038	3,097
Estabelecimentos/mat ( <i>output</i> )	0,046	0,116	0,004	0,935
2011				

<sup>2</sup> Segundo o manual do FUNDEB (2008), os recursos do FUNDEB devem ser empregados exclusivamente na manutenção e desenvolvimento da educação básica. Onde 60% dos recursos destinam-se à remuneração dos docentes e os outros 40% dos recursos são destinados a despesas consideradas como de manutenção e desenvolvimento da educação básica, como por exemplo, a capacitação dos docentes e a aquisição, manutenção, construção e conservação de instalações e de equipamentos necessários ao ensino.

Gasto/mat ( <i>input</i> )	4.163,45	1.254,85	2.340,66	12.337,77
Professor/mat ( <i>output</i> )	0,165	0,037	0,065	0,306
Sala/mat ( <i>output</i> )	0,048	0,014	0,025	0,111
Estabelecimentos/mat ( <i>output</i> )	0,019	0,011	0,001	0,063

Fonte: INEP, STN (2011). Elaboração própria.

### 3.2 Análise Envoltória de Dados (DEA)

As medidas de eficiência podem ser alcançadas por distintos métodos paramétricos e não paramétricos. Segundo Gomes e Baptista (2004) na abordagem paramétrica representada pelos modelos econométricos, estima-se uma função fronteira de produção, a qual se caracteriza pela transformação eficiente de insumos em produtos. Entretanto, para estimar a fronteiras de produção é necessário estabelecer uma relação funcional entre os insumos e produtos, sendo este processo mais complexo para processos de produção que envolva múltiplos insumos e produtos.

A abordagem não paramétrica apresenta-se como método alternativo aos métodos paramétricos convencionais, sendo a análise envoltória de dados (DEA) o principal método. Neste sentido, a técnica DEA consiste em um método não paramétrico de avaliação e identificação das melhores práticas no uso dos recursos por parte das unidades tomadoras de decisão (DMUs), baseada em técnicas de programação linear, possibilitando a utilização de múltiplos insumos e produtos, caracterizando-se em uma análise multidimensional. A referida técnica assume poucas hipóteses a respeito do comportamento das variáveis em análise, não exigindo *a priori* o estabelecimento de relações funcionais entre os insumos e produtos.

Os estudos pioneiros quanto à análise de eficiência tiveram início com Farrell (1957) por meio de seu *papear* seminal na *Royal Statistical Society*, cujo autor propôs uma medida de eficiência técnica das firmas e indústrias, sendo este trabalho a base para o desenvolvimento da análise envoltória de dados desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), os mesmos desenvolveram o primeiro modelo matemático para a metodologia DEA denominado de CCR.

O modelo CCR constrói uma superfície linear por partes não paramétrica envolvendo os dados. Neste modelo, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) assume uma tecnologia com retornos constantes de escala, sendo a mesma especificada por um conjunto de restrições, as quais permitem a flexibilidade dos pesos atribuídos aos insumos e produtos. Neste sentido, o referido modelo determina o nível de eficiência de cada DMU pela otimização da razão entre a soma ponderada do nível de produto e a soma ponderada dos insumos empregados, cuja solução implica na obtenção dos valores de  $v_i$  e  $u_r$ , que representam os pesos ou a importância relativa de cada insumo e produto. Neste sentido, o modelo CCR capta a combinam de insumos e produtos que gere a melhor alternativa produtiva para a DMU avaliada. Formalmente a eficiência da  $i$ -ésima DMU possui a seguinte forma:

$$Max\ Eff_0 = \frac{\sum_{j=1}^s u_j y_{j0}}{\sum_{i=1}^r v_i x_{i0}} \quad (1)$$

O problema apresentado acima é de programação fracionária, o qual deverá ser resolvido para cada DMU. No entanto, a forma fracionária possui infinitas soluções possíveis, sendo necessária a transformação em um problema de programação linear com uma solução única, como aponta Gomes e Baptista (2004). A forma linearizada é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{\phi\lambda} &= \phi \\
 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\geq 0 \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{r0} &\geq 0 \\
 \lambda_j &= 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

Em que  $\phi$  representa a medida de eficiência da  $i$ -ésima DMU. Logo se o valor de  $\phi$  for igual a um a DMU será eficiente, caso a DMU seja ineficiente o valor de  $\phi$  será menor que um. O parâmetro  $\lambda_j$  representa o vetor dos pesos, empregados na combinação linear das DMUs eficientes.

Posteriormente o modelo CCR foi estendido por Banker, Charnes e Cooper (1984) introduzindo a hipótese de retornos variáveis de escala. Segundo Gomes e Baptista (2004) os modelos com retornos variáveis à escala, ou BCC corresponde a uma extensão do modelo com retornos constantes de escala (CCR). A referida abordagem introduz a restrição de convexidade ao modelo CCR em substituição ao axioma da proporcionalidade entre insumos e produtos, desta forma a fronteira de possibilidade de produção torna-se convexa. O modelo BCC pode ser representado por meio da solução de programação linear:

$$\begin{aligned}
 \text{Max}_{\phi\lambda} &= \phi \\
 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} &\geq 0 \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - \phi y_{r0} &\geq 0 \\
 \sum_{j=1}^n \lambda_j &= 1; \lambda_j \geq 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

Em que  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$  de ordem  $(N \times 1)$  corresponde à restrição de convexidade imposta ao modelo CCR.

Na abordagem BCC a fronteira de eficiência forma uma superfície convexa por meio da intercepção de pontos, sendo uma superfície mais compacta do que a superfície forma pelo modelo com retornos constantes (GOMES E BAPTISTA 2004). Neste

sentido, os escores de eficiência alcançados por meio do modelo com retornos variáveis de escala são superiores aos escores obtidos pela abordagem com retornos constantes. No presente trabalho, pretende-se empregar a abordagem BCC, tendo em vista que os municípios em análise apresentam significativas diferenças quanto aos recursos empregados em educação e a sua dimensão, como visto pela estatística descritiva.

### 3.3 Abordagem *jackstrap*

A análise envoltória de dados (DEA) apresenta vantagens frente às demais metodologias da avaliação da eficiência. Contudo, a utilização do método DEA demanda cautela, pois a mesma é sensível à presença de observações atípicas (*outliers*), como também está sujeita a erros de medidas. Neste sentido, poderá haver distorções na construção da fronteira da eficiência. Diante disto, para assegurar medidas robustas dos escores de eficiência, é necessário o uso de métodos para identificar e expurgar os *outliers*. Dentre os diversos métodos que possibilitam a identificação dos *outliers*, destaca-se o procedimento *jackstrap*, o qual é elaborado pela combinação de *Bootstrap* e *Jackknife*, desenvolvido por Sousa e Stosic (2005).

O procedimento *jackstrap* utiliza o conceito de *leverage*, o qual consiste no impacto de uma determinada DMU exerce sobre o escore de eficiência das demais DMUs. Neste sentido, as unidades que forem detectadas como *outliers* serão descartadas. *A priori*, emprega-se o procedimento *Jackknife* com a finalidade de remover o impacto que a remoção de uma DMU causa sobre a medida de eficiência das demais DMUs. Na sequência é aplicada uma reamostragem estocástica empregando-se o *Bootstrap* no cálculo dos *leverage* para cada unidade tomadora de decisão, onde todas as unidades sejam submetidas ao procedimento. Diante disto, o método *jackstrap* segue os seguintes procedimentos:

1. Calculam-se os escores de eficiência com os dados originais para cada DMU utilizando o método DEA;
2. Em seguida seleciona-se de forma aleatória um conjunto de L DMUs (usualmente utiliza-se 10% das DMUs) e obtêm-se subconjuntos de valores *leverage*;
3. Repete-se o primeiro procedimento *n* vezes, e acumula-se o subconjunto de informações *leverage* para todas as DMUs.
4. Calcula-se para cada DMU a média:

$$l_j = \sum_{b=1}^{nby} l_{jb} / n_j \quad (4)$$

5. Calcula-se a média global de todos os *leverage*

$$l_j = \sum_{j=1}^k l_j / k \quad (5)$$

As informações originadas pelo *leverage* podem ser utilizadas para detectar os *outliers*. Para que seja realizada a detecção e eliminação das DMUs que apresentam elevados valores no *leverage*, podem-se testar algumas funções de distribuição de probabilidade, onde esta pode ser: linear, inversa, exponencial e a função *Heaviside step*. Dentre as funções citadas optou-se em utilizar a função *Heaviside step*, tendo em

vista a sua maior robustez e menor arbitrariedade para os valores. O mesmo é representado por:

$$P(lx) = \begin{cases} 1, & \text{se } lK < l \log K \\ 0, & \text{se } lK \geq l \log K \end{cases} \quad (6)$$

Em que  $K$  representa o tamanho da amostra de DMU's utilizadas, (município do RN, sendo 103). Para encontrar os *outliers* empregou-se o *software jackstrap*.

### 3.4 Índice de Malmquist

O índice de Malmquist é empregado afim de mensura à produtividade total dos fatores, o mesmo surgiu em 1953 com Malmquist. Entretanto, o contexto de produtividade foi introduzido no índice por Caves em 1982, o qual expressou o índice em termos de função distância. Esta última é empregada no intuito de incorporar a natureza multiproduto e multi-insumo na análise de produtividade, sem a necessidade de especificar objetivos comportamentais das DMUs.

A função distância acima descrita pode ser definida com orientação a insumo ou orientação a produto. A primeira definição mensura a minimização proporcional do vetor de insumos  $x_t$ , dado o vetor de produtos  $y_t$ . Por outro lado, a segunda definição mede a máxima expansão proporcional do vetor de produto  $y_t$ , dado o vetor de insumos  $x_t$ .

De acordo com Ferreira e Gomes (2009) as tecnologias disponíveis para um dado período  $t$ , podem ser definidas através do conjunto de possibilidade de produção  $P(x_t)$ , a qual contém todos os vetores de produtos  $y_t$ , que podem ser produzidos empregando-se um vetor de insumos  $x_t$ . isto é;

$$p(x_t) = \{y_t: x_t \text{ pode produzir } y_t\} \quad (7)$$

O referido conjunto de possibilidades de produção atende todas as propriedades microeconômicas usuais, assim como, o mesmo caracteriza-se um conjunto fechado, limitado e convexo (MARINHO E CARVALHO, 2004). Neste sentido, a função distância orientada a produto, de acordo com Shephard (1970) pode ser definida pelo conjunto de possibilidade de produção  $p(x_t)$ , logo temos a função distância orientada a produto:

$$d_0^t(x_t, y_t) = \max\{\phi: y_t/\phi \in p(x_t)\} \quad (8)$$

Onde o termo  $\phi$  representa um fator mínimo, pelo qual o produto pode ser contraído, mas ainda pertencer ao conjunto de possibilidade de produção. Segundo Marinho e Carvalho (2004) a função distância acima expressa, apresenta algumas propriedades sendo estas: não decrescente em  $y_t$  e crescente em  $x_t$ , além de ser linearmente homogênea em  $y_t$ .

A função distancia  $d_0^t(x_t, y_t)$  pode assumir um valor menor ou igual a 1, caso o vetor de produto  $y_t$  for um elemento do conjunto de possibilidade de produção  $p(x_t)$ ;

caso a função distância assuma valor unitário,  $(x_t, y_t)$  se localizará sobre a fronteira do conjunto de produção factível, e assumirá valores superior a 1, caso o vetor de produto  $y_t$  estiver fora do conjunto de possibilidade de produção  $p(x_t)$ .

Com a finalidade de avaliar a mudança de produtividade entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , sendo os produtos denotados por  $y_t$  e  $y_{t+1}$  e os insumos por  $x_t$  e  $x_{t+1}$  respectivamente, é necessário definir quatro funções distância, como se segue:

$$d_0^t(x_t, y_t) = \max\{\phi: y_t/\phi \in p(x_t)\}; \quad (9)$$

$$d_0^{t+1}(x_{t+1}, y_{t+1}) = \max\{\phi: y_{t+1}/\phi \in p(x_{t+1})\}; \quad (10)$$

$$d_0^t(x_{t+1}, y_{t+1}) = \max\{\phi: y_{t+1}/\phi \in p(x_t)\}; \quad (11)$$

$$d_0^{t+1}(x_t, y_t) = \max\{\phi: y_t/\phi \in p(x_{t+1})\}. \quad (12)$$

As duas primeiras funções distâncias indicam respectivamente, o uso dos produtos e insumos dos períodos  $t$  e  $t+1$  com a tecnologia existente nos períodos  $t$  e  $t+1$ . A terceira função emprega os insumos e produtos do período  $t+1$  com a tecnologia do período  $t$ . por fim, a quarta função distância emprega os insumos e produtos do período  $t$  e tecnologia existente no período  $t+1$ .

Neste sentido, o índice de variação de produtividade total de Malmquist, entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , (FÄRE ET AL. 1994) é expresso como:

$$M_o(y_t, x_t, y_{t+1}, x_{t+1}) = \left( \frac{d_0^{t+1}(y_t, x_t)}{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})} \cdot \frac{d_0^t(y_t, x_t)}{d_0^t(y_{t+1}, x_{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

O índice de Malmquist possui três resultados possíveis, sendo assim, um valor superior a 1 indica crescimento na produtividade total dos fatores entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , no caso de um valor menor que 1, indica que houve uma queda na produtividade total dos fatores entre os períodos  $t$  e  $t+1$ .

Entretanto, é importante ressaltar que o índice de Malmquist é produto da multiplicação do efeito emparelhamento (*catch-up*) e do índice de deslocamento da fronteira (*frontier-shift effect*). O primeiro reflete a mudança no escore de eficiência técnica, o segundo componente captura movimentos na fronteira das melhores práticas entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , refletindo o progresso ou regresso tecnológico. Neste sentido, o índice de Malmquist pode ser expresso como abaixo:

$$M_o(y_t, x_t, y_{t+1}, x_{t+1}) = \frac{d_0^t(y_t, x_t)}{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})} \left( \frac{d_0^{t+1}(y_t, x_t)}{d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})} \cdot \frac{d_0^t(y_t, x_t)}{d_0^t(y_{t+1}, x_{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

Onde  $d_0^t(y_t, x_t)/d_0^{t+1}(y_{t+1}, x_{t+1})$  mede a mudança no escore de eficiência técnica entre os períodos  $t$  e  $t+1$ , quando o produto observado está distante do máximo produto potencial, sendo esta medida chamada de efeito emparelhamento (*catch-up*)

*effect*). A medida entre parentes estima a variação tecnológica entre os dois períodos em análise, denominada de efeito deslocamento (*frontier-shift effect*). Neste sentido, a decomposição do índice de Malmquist entre o índice de variação da eficiência técnica (*catch-up*) e mudança tecnológica (*frontier-shift effect*), permite identificar qual dos dois efeitos ou índice tem maior influência sobre os ganhos de produtividade total (MARINHO e CARVALHO 2004).

### 3.5 Cadeia de Markov

Visando introduzir dinamicidade na análise da eficiência e produtividade dos gastos em ensino fundamental nos municípios potiguares, empregou-se a cadeia de Markov. A referida técnica permite visualizar a trajetória de eficiência dos municípios em análise, quanto aos gastos no ensino fundamental

A cadeia de Markov consiste em um tipo específico de processo estocástico que possui a propriedade Markoviana. Neste sentido, um processo estocástico apresenta a propriedade Markoviana caso a distribuição de probabilidade de estados futuros de um processo depender apenas de estados presentes. Nesta ocasião, estados precedentes de um processo são irrelevantes para a predição de estados futuros, desde que o estado presente seja conhecido. Por tanto, a cadeia de Markov visa determinar a probabilidade que um indivíduo ou conjunto de indivíduos, que se encontra em determinado estado, tem de alcançar outros estados possíveis. Em termos formais, a propriedade de Markov é:

$$p(x_{n+1} = j/x_n = i, x_{n-1} = i_{n-1}, \dots, x_1 = i_1, x_0 = i_0) = p(x_{n+1} = j/x_n = i) = p_{ij} \quad (15)$$

$\forall$  sequência  $i_0, \dots, i_{n-1}, i, j$

Ou seja, a probabilidade de um indivíduo está no instante  $t+1$  no estado  $j$  depende apenas do estado presente  $t$ , independentemente dos estados precedentes do processo ( $t-1$ ). Na expressão acima se assume que toda probabilidade condicional (transição) deve apresentar valores não negativos e que a soma das probabilidades de todos os indivíduos pertencentes ao estado  $i$  no período  $t$  seja igual a um:

$$p_{ij} \geq 0 \quad \forall (i, j); n = 1, 2, 3 \dots \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^M p_{ij} = 1 \quad \forall i; n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (17)$$

Como os processos Markovianos estimam as mudanças ao longo do tempo, a mesma pode ser representada através de uma matriz de transição, onde cada célula da matriz de transição é uma probabilidade de mudança de um estado para outro estado, assim como, a probabilidade das variáveis permanecerem no estado inicial. Sendo representada da seguinte forma:

$$p_{ij} = \begin{bmatrix} p_{0,0} & p_{0,1} & p_{0,2} & \dots \\ p_{1,0} & p_{1,1} & p_{1,2} & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i,0} & p_{i,1} & p_{i,2} & \dots \end{bmatrix} \quad (18)$$

Onde,  $i$  representa o estado inicial e  $j$  representa o estado alcançado depois de transcorrido um intervalo de tempo. Os valores da diagonal principal da matriz de transição representa a probabilidade dos indivíduos permanecerem no estado primitivo, dado um período de tempo. Já  $p_{1,2}$  representa a probabilidade do indivíduo que encontrar-se no estado 1 passar para o estado 2, após um período decorrido. Por outro lado,  $p_{2,1}$  representa a probabilidade do indivíduo do estado 2 regredir para o estado 1, após transcorrer um dado espaço de tempo e assim sucessivamente.

Após a mensuração do nível de eficiência dos gastos no ensino fundamental nos municípios potiguares, os mesmos serão classificados e agrupados em quatro diferentes estados de acordo com os escores de eficiência, como se segue:

**Tabela 2 - Distribuição dos municípios por estados**

Estado 1	Municípios com baixo escore
Estado 2	Municípios com escore intermediário
Estado 3	Municípios com escore intermediário
Estado 4	Municípios com elevado escore

**Fonte:** elaborado pelo autor

Após a classificação dos municípios em estados, será construída uma matriz de transição, a qual será composta pelas probabilidades de mobilidade dos municípios para níveis superiores ou inferiores de eficiência, assim como, pela probabilidade de permanência dos mesmos no seu respectivo estado primitivo. Neste sentido, a matriz de transição pode ser empregada para descrever o comportamento e a trajetória da distribuição dos municípios ao longo do tempo de acordo com os quartis de eficiência, assim como, se os mesmos apresentam tendência de convergência no longo prazo. O referido método consiste na multiplicação da matriz de transição por ela mesma várias vezes, determinando-se assim o vetor de estado estacionário ou de equilíbrio dos estados. Por fim, verifica-se se a distribuição limite do vetor é unimodal, caso a distribuição seja unimodal, os municípios em análise tendem a convergir para um estado específico no longo prazo.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

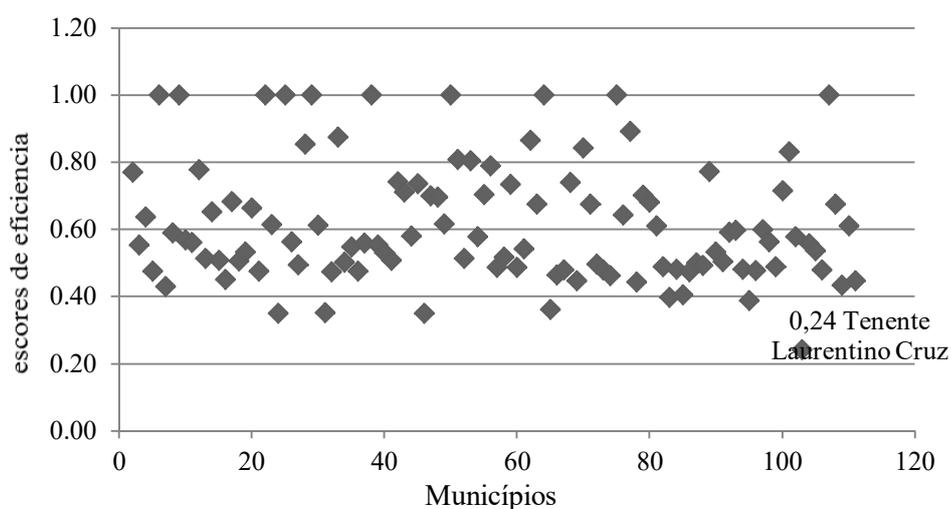
### 4.1 Eficiência dos gastos no ensino fundamental dos municípios potiguares

Como apresentado na seção anterior, a análise envoltória de dados (DEA) apresenta vantagens frente aos demais métodos na avaliação da eficiência. Entretanto, o referido método é sensível à presença de *outliers*, isto é, DMUs que provocam impacto na estimação do escore de eficiência das demais DMUs. Neste sentido, buscando alcançar resultados robustos realizou-se o teste *jackstrap* com a finalidade de identificar *outliers*. O referido teste identificou respectivamente três *outliers* em 2005, e em 2011, sendo estes: Areia Branca, Caicó, Cerro Cora, Florânia, Lajes e São Pedro.

Identificados e eliminados os municípios classificados como *outliers*, estimou-se o modelo DEA com retornos variáveis de escala (BCC) com orientação a produto, sendo os resultados apresentados no Gráfico 1. No mesmo, observa-se uma significativa dispersão da distribuição dos escores de eficiência dos municípios potiguares, tendo em

média um escore de 0,61 e um desvio padrão de 0,18. De acordo com os resultados apenas dez municípios encontram-se na fronteira de eficiência (escore máximo), sendo referências (*benchmark*) para os demais municípios.

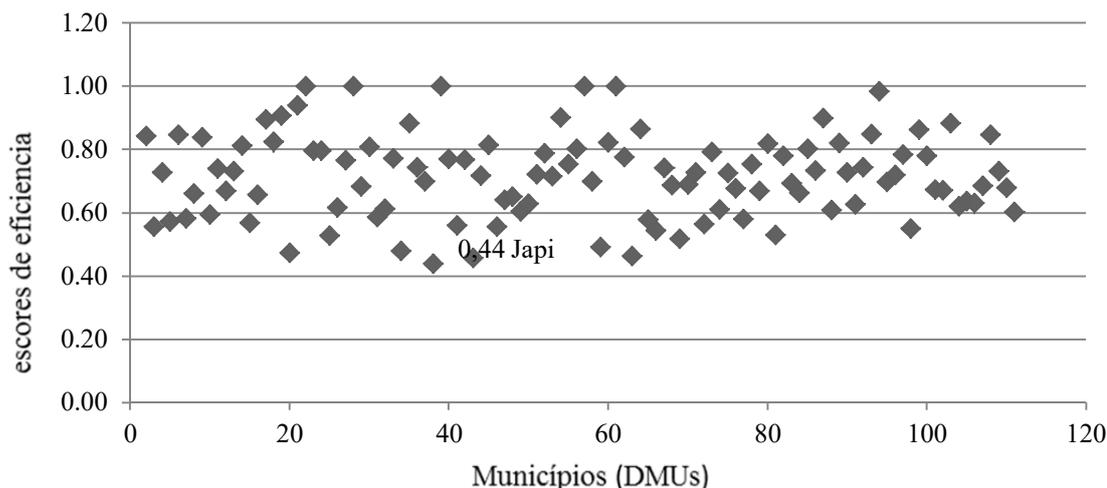
É importante destacar que nos municípios que apresentam forte ineficiência, se observa um elevado gasto por aluno, comparados com o gasto por aluno realizado pelos municípios que apresentam eficiência plena. Em 2005 a média de gasto por aluno dos municípios eficientes foi de R\$ 2.946,85, enquanto os municípios fortemente ineficientes foi de R\$ 2.682,77, indicando falhas na alocação dos recursos destinados ao ensino fundamental por parte dos municípios ineficientes. Neste sentido, os recursos mostram-se necessários, mas não suficientes para se alcançar a eficiência.



**Gráfico 1.** Escores de eficiência dos gastos em ensino fundamental dos municípios potiguares 2005

**Fonte:** Resultados da pesquisa.

O Gráfico 2 apresenta a distribuição dos escores de eficiência para os gastos dos municípios potiguares em 2011. A princípio observa-se uma distribuição menos dispersa dos índices de eficiência comparados ao ano de 2005, observando-se uma média de 0,72 e um desvio padrão de 0,13 dos escores estimados, evidenciando uma evolução positiva do desempenho dos municípios potiguares entre os períodos abordados. Todavia, houve redução do número de municípios que apresentam eficiência plena. Assim como em 2005, no ano de 2011 os municípios considerados eficientes pelo método DEA efetuaram um gasto por aluno relativamente menor que os municípios considerados ineficientes. Em 2011, a média de gasto por aluno dos municípios eficiente foi de R\$ 3.724,06, enquanto os municípios fortemente ineficientes foram de R\$ 4.091,46. Diante disto, pode-se concluir que expressivas somas de recursos não garantem resultados satisfatórios na oferta de ensino.



**Gráfico 2.** Escore de eficiência dos gastos em ensino fundamental dos municípios potiguares em 2011

**Fonte:** Resultados da pesquisa.

Por fim, vale destacar que os municípios de Espírito Santo e Japi, que alcançaram eficiência plena em 2005, apresentaram piora no desempenho em 2011, passando para o nível de forte ineficiência. Este resultado é produto da descentralização fiscal e administrativa, a qual possibilita que os administradores municipais adotem decisões de forma autônoma, originando níveis distintos de eficiência na alocação de recursos entre os municípios. Neste sentido, as decisões tomadas pelas administrações locais refletem no desempenho dos municípios.

#### 4.2 Produtividade dos municípios potiguares

Na presente seção será analisado o índice de produtividade de Malmquist, o qual demonstra o crescimento dos índices de produtividade ao longo do tempo. Na Tabela 3 encontram-se os resultados de forma resumida da estimação do índice de *Malmquist*, bem como, a sua decomposição, nos efeitos emparelhamento (*catch-up effect*) e deslocamento da fronteira (*frontier-shift effect*). A média agregada do índice de *Malmquist* no período 2005-2011, indica uma elevação 70% na produtividade dos municípios em análise. Esse crescimento se deu em média em razão da evolução positiva da tecnologia, captado pelo *frontier-shift effect*, o qual apresenta o valor de 88%.

**Tabela 3** - Índice de produtividade de Malmquist (2005 - 2011)

	Índice de Malmquist	Mudança na eficiência ( <i>catch-up effect</i> )	Mudança tecnológica ( <i>frontier-shift effect</i> )
Média	1,705	0,886	2,014
Desvio padrão	0,400	0,313	0,347
Mínimo	0,889	0,272	1,047
Máximo	2,873	2,276	3,258

**Fonte:** Resultados da pesquisa.

Ao analisar o efeito emparelhamento (*catch-up effect*), observa-se que 72,73% dos municípios potiguares não apresentaram melhoria na eficiência técnica entre os períodos analisados (2005 – 2011), já que os mesmos alcançaram índices inferior a 1. Por fim, 26,36% dos municípios potiguares alcançaram índices superior a 1, evidenciando-se melhora no nível de eficiência técnica, em outras palavras, verifica-se melhorias contínuas no processo de produção, dado o uso da mesma tecnologia.

Quanto aos resultados do efeito deslocamento (*frontier-shift effect*), todos os municípios em análise apresentaram valores superiores a 1. Neste sentido, a elevação do nível de produtividade dos municípios em análise em grande parte é produto da mudança tecnológica.

De acordo com os resultados do índice de *Malmquist*, o qual é produto da multiplicação do efeito emparelhamento (*catch-up effect*) e o efeito deslocamento (*frontier-shift effect*), os municípios potiguares apresentaram evolução positiva no referido índice, isto é, os mesmos tornaram-se produtivos ao longo do tempo. Entretanto, nota-se uma elevada dispersão, mesmo as redes de ensino apresentando semelhas estruturais. É importante ressaltar, que a evolução produtiva dos municípios em análise é influenciada em maior parte pelo efeito deslocamento, tendo em vista que 93,6% dos municípios potiguares obtiveram o índice *frontier-shift effect* acima do efeito emparelhamento.

### 4.3 Análise da convergência

Os resultados apresentados nas seções anteriores demonstram que os municípios potiguares melhoram o nível de eficiência e produtividade durante o período analisado (2005 – 2011). Neste sentido, o presente trabalho empregou a matriz de transição, no intuito de verificar o comportamento do nível de eficiência no longo prazo dos municípios potiguares, tendo em vista que o método DEA constitui-se em uma análise estática.

Os 110 escores de eficiência cujos municípios estiveram presentes nos dois anos em análise, foram divididos em quatro quartis (estado) de eficiência, tomando como referência o ano de 2005. Na Tabela 4 abaixo estão presentes a frequência dos estados no ano de 2005 e em 2011, observa-se uma significativa redução do número de municípios classificados como fortemente ineficientes no ano de 2011, tendo este estado uma redução de 78,57%. Por outro lado, verifica-se o aumento do número de municípios no estado intermediário 3, tendo um crescimento de 37,04%, acompanhado pelo estado em que estão presentes os escores mais alto, tendo um aumento significativo de 111,12%. Neste sentido, percebe-se uma melhora dos municípios potiguares na alocação dos recursos destinados ao ensino fundamental.

**Tabela 4** – Frequência dos estados de eficiência (2005 – 2011)

Estados	2005		2011	
	Frequência	%	Frequência	%
1	28	25,45	6	5,45
2	28	25,45	10	9,09
3	27	24,55	37	33,64
4	27	24,55	57	51,82
Total	110	100	110	100

**Fonte:** Resultados da pesquisa.

Na Tabela 5 é apresentada a matriz de transição de estados pelo escore de eficiência dos municípios potiguares. A matriz abaixo é composta por percentuais de transição entre distintos estados de 2011 em relação ao ano de 2005. Inicialmente, observar-se que a matriz de transição se mostra irreduzível, tendo em vista que todos os estados que compõe a matriz se comunicam, isto é, não formam clubes fechados, sendo todos acessíveis.

Observado a diagonal principal da matriz abaixo, nota-se que os municípios integrantes de estados inferiores apresentam baixa probabilidade de permanecer no estado inicial no longo prazo, com destaque para os municípios que apresenta forte ineficiência (estado 1). Neste sentido, parte significativa dos municípios migrarão para estados superiores. Por outro lado, os municípios que integram os estados com os escores mais elevados apresentam alta probabilidade de permanecer nos seus respectivos estados primitivos no longo prazo.

Tabela 5 - Matriz de transição para os escores de eficiência dos municípios potiguares

Estado seguinte \ Estado primitivo	1	2	3	4	Vetor de estado estacionário
1	0,00	0,11	0,43	0,46	7,71
2	0,04	0,14	0,29	0,54	7,00
3	0,11	0,04	0,37	0,48	30,84
4	0,07	0,07	0,26	0,59	54,44

Fonte: Resultados da pesquisa.

Os resultados da matriz acima evidenciam uma alta mobilidade dos municípios para os estados superiores, isto é, a probabilidade de os municípios migrarem para estados de melhor desempenho é maior que os mesmos migrarem para estados inferiores. É importante observar que parte significativa dos municípios se concentrarão no estado 4, logo, apresentarão melhor desempenho. Contudo, observa-se que mesmo sendo insignificante, há probabilidade (7%) dos municípios que apresenta melhor desempenho, isto é, integrantes do estado 4, tornarem-se fortemente ineficientes e passarem a integrar o estado 1. Este comportamento pode ser resultado da autonomia decisória dos municípios quanto à liberdade de alocar os recursos destinados ao ensino fundamental, o qual é fruto do processo de descentralização fiscal e administrativa. A autonomia administrativa possibilita que alguns municípios adotem melhores práticas na alocação dos recursos do ensino fundamental em relação aos demais, possibilitando que alguns sejam mais eficientes que outros. Outro fator refere-se à alternância de gestão, a qual origina alterações decisórias quanto a alocações dos recursos, resultando em mudanças no desempenho dos municípios.

O vetor de estado estacionário demonstra que a matriz de transição, se mostra irreduzível, uma vez que o número inicial de estados foi mantido. Neste sentido, cada estado pode ser alcançado a partir de qualquer outro estado, ou seja, todos os estados que formam a matriz de transição são comunicantes. Os resultados apresentados pelo vetor de estado estacionário demonstram que os municípios em análise se concentrarão nos estados de melhor desempenho (três e quatro) no longo prazo, onde 54% dos

municípios se encontraram no estado quatro no longo prazo, onde estão presentes os municípios que apresentam os maiores escores e os municípios de referências (*benchmarks*). Por outro lado, apenas 7,71% dos municípios potiguares apresentaram forte ineficiência no longo prazo, isto é, se encontraram no estado 1.

Diante disto, de acordo com os resultados da matriz de transição, assim como do vetor de estado estacionário, em se mantendo a tendência observada no período analisado, no longo prazo os municípios em análise tenderam a não convergir para um estado em específico, ou para um desempenho uniforme na alocação dos recursos do ensino fundamental, tendo em vista que o vetor acima não apresenta uma distribuição unimodal. Entretanto, os resultados também demonstram um arrefecimento das disparidades do desempenho dos municípios potiguares quanto à alocação dos recursos destinados ao ensino fundamental, tendo em vista que 54% dos municípios em análise se encontraram no estado 4 no longo prazo, os quais estão mais próximos da fronteira de eficiência.

Neste contexto, os mecanismos de distribuição dos recursos destinados ao ensino fundamental por meio do FUNDEB e do salário-educação, não levará a uma tendência de convergência no longo prazo dos municípios. Por outro lado, para que os municípios atinjam a eficiência plena se faz necessário à difusão das melhores práticas organizacionais adotadas pelas unidades que estão sobre a fronteira de eficiência.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho se propôs a investigar a eficiência e a produtividade, assim como, a convergência da eficiência dos gastos no ensino fundamental dos municípios potiguares, tomando como base os anos de 2005 e 2011. Para tanto, empregou-se a técnica DEA e o índice de produtividade de Malmquist, bem como, a cadeia de Markov com o intuito de visualizar a trajetória da eficiência e a convergência da mesma, tendo em vista o caráter estático do método DEA.

A *priori* o método DEA foi empregado para mensurar a eficiência dos gastos municipais no ensino fundamental nos anos de 2005 e 2011. Os resultados obtidos pela técnica DEA demonstram que em geral os municípios em análise aprimoram o seu desempenho na oferta de ensino entre os anos de 2005 e 2011, destacando-se os municípios classificados como fortemente ineficientes no ano de 2005. Contudo, não houve ampliação no número de municípios sobre a fronteira de eficiência.

Os resultados do índice de produtividade de *Malmquist* reforçam os achados pelo método DEA. O referido índice demonstra a elevação da produtividade dos municípios em análise, tendo em média um acréscimo de 70% na produtividade. O crescimento do índice de *Malmquist* se deu em média em razão da elevação positiva da tecnologia, captado pelo *frontier-shift effect* no valor de 88%. É importante destacar o ganho de produtividade dos municípios classificados como fortemente ineficientes ou de eficiência intermediária integrantes do estado 2, dos quais 65,30% obtiveram ganhos acima da média agregada. Neste sentido, os municípios potiguares não apresentam uma tendência de intensa divergência no longo prazo.

Por fim, empregou-se a matriz de transição no intuito de visualizar a trajetória, assim como a convergência dos níveis de eficiência no gasto com o ensino fundamental, uma vez que o método DEA caracteriza-se como uma análise estática. Pela matriz de transição, evidenciou-se uma evolução positiva dos níveis de eficiência, tendo em vista a baixa probabilidade dos municípios integrantes de estados superiores migrarem para o estado (estado 1) de forte ineficiência. Quanto à convergência, o vetor de estado estacionário demonstra que os municípios em análise não apresentam tendência de

convergência para um estado específico, ou seja, não apresentaram um desempenho uniforme no longo prazo, tendo em vista que o mesmo não apresentou uma distribuição unimodal.

Neste contexto, a partir dos métodos utilizados, conclui-se que os municípios em análise apresentam arrefecimento das diferenças entre as redes de ensino municipal, em específico no ensino fundamental. Entretanto, os resultados apresentados pela matriz de transição, assim como pelo vetor de estado estacionário demonstram que os municípios não apresentam tendência de convergência para um desempenho uniforme (unimodal) no longo prazo. Diante disto, pode-se concluir que a política de redistribuição dos recursos financeiros, a exemplo do FUNDEB, tem minimizado a diferença na oferta de ensino fundamental nos municípios em análise, entretanto, não levará a um desempenho uniforme dos mesmos.

## REFERÊNCIAS

- AFONSO, A.; AUBYN, M. ST. **Cross-country Efficiency of Secondary Education Provision: a semiparametric analysis with non-discretionary inputs**. Frankfurt: European Central Bank, 2005. 39 p. (Working paper, n. 494).
- AFONSO, A.; SCHUKNECHT, L.; TANZI, V. **Public Sector Efficiency: an international comparison. European**: European Central Bank, 2003. (Working Paper, n. 242).
- BANKER, R. D., CHARNES, A., & COOPER, W. W. (1984). Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, 30(9), 1078-1092. doi: 10.1287/mnsc.30.9.1078. 1984.
- BRADLEY, S.; JOHNES, J.; LITTLE, A. Measurement and Determinants of Efficiency and Productivity in the Further Education Sector in England. **Bulletin of Economic Research**, v. 1, n. 21. p. 307-337, 2010.
- COLEMAN, J. S.; CAMPBELL, E. Q.; HOBSON, C. J.; MCPARTLAND, J.; MOOD, A. M.; EINFELD, F. D.; YORK, R. L. **Equality of Educational Opportunity**. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1966.
- CHARNES, A., COOPER, W., & RHODES, E. Measuring the Efficiency on Decision Marking Units. **European Journal of Operational Research**, 2(6), 429-444. 1978.
- DELGADO, Victor Maia Senna; MACHADO, Ana Flávia. Eficiência das Escolas Públicas Estaduais de Minas Gerais. **Pesquisa e Planejamento Econômico**. v.37, n.3, dez 2007.
- FÄRE, R., S. GROSSKOPT, M., . ZHANG. "Productivity Growth, Technical Progress and Efficiency Change in Industrialized Countries", **American Economic Review**, 64: 66-83, 1994.
- FARRELL, M. J. The Measurement of Productive Efficiency. **Journal of the Royal Statistical Society**, 120(3), 253-290. 1957.
- FERREIRA, C. M. C; GOMES, A. P. **Introdução à Análise Envoltória de Dados: Teoria, Modelos e Aplicações**. Viçosa, MG. Editora UFV. 2009.
- GOMES A.; BATISTA. A.J.M. **Análise Envoltória de Dados: conceitos e modelos básicos**. In: SANTOS, M.L; VIEIRA, W.C. (Orgs). Métodos Quantitativos em Economia. Viçosa. UFV, 2004.

MACHADO JUNIOR, S. P.; IRFFI, G.; BENEGAS, M. Análise da Eficiência Técnica dos Gastos com Educação, Saúde e Assistência Social dos Municípios Cearenses. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 36, jan./jun. 2011.

MARINHO, Emerson; CARVALHO, Rosemeiry Melo. COMPARAÇÕES INTER-REGIONAIS DA PRODUTIVIDADE DA AGRICULTURA BRASILEIRA — 1970-1995. **Pesquisa e Planejamento Econômico**. V. 34. n 1. Abril 2004.

SHEPHARD, R.W. **Theory of Cost and Production Functions**. Princeton ,Princeton University Press, 1970.

PORTELA, M. C. S.; THANASSOULIS, E. Decomposing School and School-type Efficiency. **European Journal of Operational Research**, n. 132, p. 357-373, 2001.

SAMPAIO, Breno; GUIMARÃES, Juliana. Diferenças de Eficiência Entre Ensino Público e Privado no Brasil. **Economia Aplicada**, São Paulo, v. 13, n. 1, p. 45-68, JAN-MAR 2009.

SOUSA, M. C. S.; STOSIC, B. D. Technical Efficiency of the Brazilian Municipalities: Correcting Nonparametric Frontier Measurements for Outliers. **Journal of Productivity Analysis**, v. 24, p. 155-179, 2005.

THANASSOULIS, E. Setting Achievement Targets for School Children. **Education Economics**, v. 7, n. 2, p. 101-119, 1999

WILSON, P. W. **Efficiency in Education Production Among PISA Countries With Emphasis on Transitioning Economies**. Texas: University of Texas, 2005. 40 p. Disponível em: [http://upeg.eerc.kiev.ua/conf/papers/Wilson\\_Paul.pdf](http://upeg.eerc.kiev.ua/conf/papers/Wilson_Paul.pdf)>. Acesso em: 23 de janeiro de 2007.

ZOGHBI, A. C.; MATTOS, E.; ROCHA, F.; ARVATE, P. Uma Análise da Eficiência nos Gastos em Educação Fundamental para os Municípios Paulistas. **Planejamento e Políticas Públicas**, n. 36, jan./jun. 2011.