



ANÁLISE DOS DADOS DO SISTEMA NACIONAL DE INFORMAÇÕES DE SEGURANÇA DE BARRAGENS SOB A ÓTICA DA LEI DE BENFORD

Lucíolo Victor Magalhães e Silva

Instituto Federal do Sertão Pernambucano

RESUMO

De uma maneira surpreendente a probabilidade do valor dos dígitos de dados aleatórios das mais diversas áreas segue uma lei padrão, denominada lei de Benford. Essa lei é amplamente utilizada em auditorias de dados numéricos para a avaliação da consistência desses dados. Nesse trabalho, os dados de barragens apresentados no Sistema Nacional de Segurança de Barragens (SNISB) serão avaliados sob a ótica dessa lei. Esses dados compõem uma ferramenta do Plano Nacional de Segurança de Barragens, que regula as medidas de mitigação de acidentes dessas estruturas tão importantes para a nação. Os dados avaliados no trabalho foram: altura da fundação, altura do terreno, capacidade do reservatório, comprimento do coroamento e área do reservatório. Eles foram submetidos ao teste de comparação de frequência de Pearson e todos se enquadraram na hipótese sugerida no trabalho, concluindo que os dados seguem a lei de Benford e garantindo a consistência do banco de dados do SNISB.

Palavras-chave: Lei de Benford, Barragens, Números Aleatórios.

Analysis of data from the National Dam Safety Information System from the perspective of the Benford Act

ABSTRACT

Surprisingly, the probability of the value of digits in random data from a wide range of areas follows a standard law called Benford's law. This law is widely used in audits of numerical data to assess the consistency of these data. In this study, the dam data presented in the National Dam Safety System (NDSS) will be assessed from the perspective of this law. These data are part of the National Dam Safety Plan, which regulates accident mitigation measures in these structures that are so important to the nation. The data assessed in the study were: foundation height, terrain height, reservoir capacity, crown length and reservoir area. They were subjected to Pearson's frequency comparison test and all fit the hypotheses suggested in the study, concluding that the data follow Benford's law and ensuring the consistency of the NDSS database.

Keywords: Benford's Law, Dams, Random Numbers.

INTRODUÇÃO

A análise dos dados como ferramenta para tomada de decisões é algo que se tornou inerente às atividades humanas. Essas análises podem ser quantitativas ou qualitativas e se dão a partir de métodos estatísticos que esclarecem de forma categórica como os dados estão classificados e distribuídos. Apesar do sistema numérico e da estatística serem criações humanas, existe uma lei que se aplica às mais variadas questões do universo, chamada lei de Benford, e que, apesar das provas matemáticas apresentadas, continua a surpreender estudiosos da área. Esse trabalho corrobora com a aplicação dessa lei nos dados do Sistema Nacional de Segurança de Barragens (SNSB).

As barragens constituem estruturas que podem possuir diversos fins, tais como armazenamento de água ou rejeitos, regularização de vazão, recreação, pesca e abastecimento. O projeto e execução dessas estruturas deve seguir premissas de áreas multidisciplinares, pois se trata de obras de impacto regional e um acidente com esse tipo de estrutura pode se tornar uma catástrofe, a exemplo dos incidentes nas barragens de Mariana em 2015 e Brumadinho em 2019 (OLIVEIRA ET. AL, 2020) que se tornaram marcos históricos na engenharia nacional.

Em termos históricos, os acidentes envolvendo barragens ocorrem desde que esse tipo de estrutura começou a ser construído em toda parte do mundo, porém a preocupação com esses acidentes se tornou crescente a partir de 1960, depois que grandes acidentes deixaram números elevados de vítimas (NETO ET AL., 2017). Olhando o cenário nacional verifica-se que muitas barragens, visando acompanhar o crescimento econômico, foram construídas sem planejamento e presença de políticas públicas orientadoras. Isso levou a um cenário preocupante, que resultou na criação da Política Nacional de Segurança de Barragens (PNSB) (OLIVEIRA, ET AL., 2020). A PNSB foi criada pela lei federal nº 12.334 de 20 de setembro de 2010, destinada a construtores, gestores e empreendedores e estabelece que estes deverão executar e fiscalizar as atividades ligadas à sua exploração (SILVA e FAIS, 2020).

A importância da obtenção de dados sobre as barragens é fundamental para o desenvolvimento de políticas de planejamento de construção e operação desses empreendimentos, em particular no Brasil que é um país rico em recursos hídricos (SILVA e FAIS, 2020). Oliveira et. al. (2020) estabeleceu que para reduzir os riscos de acidentes em barragens é necessária a instrumentação dessas obras com técnicas modernas e eficazes. Além da instrumentação são necessários o tratamento, organização e divulgação dos dados coletados. A partir dessa perspectiva o Sistema Nacional de Informações Sobre Segurança de Barragens (SNISB) foi criado na mesma lei de PNSB. O banco de dados do SNISB pode ser consultado no portal <https://www.snisb.gov.br/> e no dia 10 de março de 2025 o portal contava com 29.345 barragens cadastradas e 6.294 submetidas à lei.

Apesar do avanço em relação à legislação vigente, Silva et. al. (2021), analisando relatórios anuais sobre incidentes em barragens emitidos pela Agência Nacional de Águas (ANA), constatou que os registros são problemáticos em termos estatísticos.

Outra constatação realizada por Oliveira et al. (2020) apresentou que a capacidade técnica dos órgãos de fiscalização é pequena, no estado de Pernambuco, para a quantidade de barragens cadastradas no SNISB. Levando em conta o cenário brasileiro, essa constatação pode ser generalizada para outros estados.

Diante do exposto, conclui-se que a aplicação de técnicas de estatísticas e qualitativas (NETO et al., 2017; CAMPOS, 2020) sobre os dados de barragens é fundamental para o conhecimento do cenário brasileiro, agregando informações para o desenvolvimento de políticas de segurança e controle. Nesse trabalho, escolhe-se verificar de forma simultânea duas hipóteses, a primeira é a consistência dos dados do SNISB, a segunda é se esses dados seguem a lei de Benford, que será apresentada a seguir.

No trabalho do astrônomo-matemático NEWCOMB (1881) foi apresentada uma constatação observada pelo autor acerca da probabilidade do valor dos dígitos de um número natural aleatório. A constatação ocorreu quando o autor percebeu que as primeiras partes de uma tabela de algoritmo eram mais utilizadas que as últimas, sugerindo que as operações envolvendo números que começavam com o dígito 1 eram mais frequentes que as operações envolvendo números que começavam com o dígito 2 e isso ocorria sucessivamente para os outros dígitos. Em 1937, de maneira independente, o físico Frank Benford publicou um trabalho com a mesma constatação, batizando de “A lei dos números anômalos” (BENFORD, 1937). Nesse trabalho Benford, para inferir a constatação, aplicou a lei a dados de 20 tipos de dados aleatórios tais como tamanhos de rios, dados de populações, pesos atômicos, endereços, dados de jornais, projetos de drenagem e radiação do corpo negro, percebendo que todos os dados seguiram a lei proposta. A partir desses trabalhos essa lei foi alvo de vários estudos para a validação de dados aleatórios e com descobertas surpreendentes sobre sua aplicação.

A prova da lei de Benford foi apresentada por Hill (1995) décadas depois, no trabalho foi apresentado uma cronologia sobre as outras tentativas de provar a lei. Diaconis e Freedman (1979) apresentaram uma análise sobre a Tabela 5 do trabalho de Benford, alegando que foram realizadas manipulações nos arredondamentos das porcentagens totais para ter melhores ajustes dos dados. Porém, Hill (1995) inferiu que mesmo os dados não manipulados obtiveram um ajuste notavelmente bom.

Bugarin e Cunha (2014) apresentaram que a aplicação da lei de Benford se dá muito bem, especialmente, a planilhas financeiras, sendo aplicada rotineiramente em auditorias envolvendo esses tipos de dados. Vários trabalhos acadêmicos corroboram com essa tese, como é apresentado na lista a seguir: auditoria da reforma do aeroporto de Minas Gerais (BUGARIN e CUNHA, 2017), análise do sobrepreço na reforma do Maracanã (BUGARIN e CUNHA, 2014), análise de inconsistências no patrimônio declarado pelos políticos brasileiro (SALLABERY ET AL., 2014), detecção de dados fictícios em requerimento de seguro-desemprego (SPIER, 2019), análise dos dados da bolsa de valores dos BRICS (FILHO ET. AL, 2016), identificação de ações discriminatórias em cooperativas de crédito (THEODORO ET AL., 2021), caracterização da ocorrência do “jogo da planilha” no contrato de

execução do Estado Nacional de Brasília (JÚNIOR ET AL., 2018), análise da contratação de um Big Four em cooperativas de crédito (THEODORO ET AL., 2024), análise de gastos da união (OLIVEIRA AT. AL., 2018), análises de valores de pregões no Portal de Compras do Governo Federal brasileiro (SAMPAIO ET AL., 2022), auditoria de conformidade contábil na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica (SILVA e BOENTE, 2023), auditoria nos contratos da obra do corredor de transportes do Distrito Federal (CAFÉ ET AL., 2021), análise do impacto e eficácia do Programa de Controle Externo da Administração Municipal e Estadual de Estado de Pernambuco (FILHO e FALK, 2021), análise do sobrepreço na construção da Arena Amazônia (CUNHA e BURGANI, 2015) e auditoria na reforma do Aeroporto Internacional de Minas Gerais (CUNHA e BURGANI, 2017).

Um dos aspectos particulares da lei de Benford é que além de dados como o financeiro, ela se aplica às mais diversas áreas, como é o caso de Jong et. al. (2020) que constatou que as paralaxes, que consistem na medida de ângulos de visão de corpos celestes vistos de dois pontos distintos da órbita da terra, medidos na missão Gaia DR2 da Agência Espacial Europeia seguiram a lei de Benford. Hill e Fox (2016) realizaram uma explicação de como as distâncias entre galáxias e estrelas seguem a lei de Benford. No trabalho de Alexpoulos e Stefanos (2014), que mediu distâncias entre galáxias e planetas, a lei de Benford não foi seguida, porém, chegou-se à conclusão de que os corpos celestes avaliados se concentravam em duas regiões tendenciosas no espaço, retirando a prerrogativa de aleatoriedade dos dados exigidas para a aplicação da Lei.

O trabalho de Melita e Miraglia (2021) avaliou as massas, períodos orbitais, semi-eixos maiores, excentricidade e raios de um conjunto de dados de exoplanetas. No trabalho foi constatado que as massas, períodos orbitais e semi-eixos maiores estão em conformidade com a lei de Benford, porém o mesmo não se aplica aos raios. No mesmo trabalho foi aplicada uma abordagem da Lei de Beford em função da escala dos dados.

Sambridge et. al. (2010) avaliaram 17 tipos de dados das áreas de física, química, engenharia e matemática, concluindo que todos os dados seguiram a lei de Benford. O trabalho de Geyer e Martí (2012) concluiu que três tipos de dados da área de vulcanologia também seguem a lei. O estudo também mostrou que arredondamentos excessivos e erros dos dados puderam ser detectados nessa análise. Sottili et. al. (2012) realizaram a análise de 17.000 dados de evento sísmicos independentes que ocorreram na região da Itália, verificando que os dados seguiram a lei de Benford.

Nigrini e Miller (2009) apresentaram um teste de segunda ordem utilizando como princípio a Lei de Benford para auditorias, que se mostrou uma análise mais robusta para aplicações na área. Pain (2008) percebeu que dados avaliados de espectro atômico, que se refere à distribuição das intensidades de radiação emitida ou absorvida por um átomo, seguem a lei de Benford. O trabalho de Eckhartt e Ruxton (2023) apresentaram uma abordagem de verificação de dados científicos para a avaliação da detecção de fraudes em pesquisa acadêmica.

Berger (2005, a) apresentou uma aplicação da Lei de Benford a sistemas dinâmicos não-autônomos. Berger (2005, b) analisou as projeções unidimensionais de órbitas de sistemas dinâmicos multidimensionais e conclui que a Lei de Benford pode ser aplicada para entender o comportamento de sistemas dinâmicos de diversas naturezas.

Alipour (2019) apresentou um estudo sobre a aplicabilidade da Lei de Benford a dados geotécnicos, concluindo que a lei pode ser aplicada a esse tipo de dado. Bugarin e Cunha (2017) avaliaram a Lei de Benford sobre a perspectiva das propriedades dos meios porosos: diâmetro médio dos poros, comprimentos médios dos poros, anisotropias médias dos poros. No trabalho tiveram 2 classes de materiais, os que seguiram a lei e os que não.

Dentro do contexto avaliado, onde as constatações apresentadas são aplicadas a dados da natureza e derivados de atividades humanas, constitui-se como objetivo desse trabalho a avaliação dos dados numéricos do SNISB sob a ótica da Lei de Benford. Os dados avaliados, apesar de serem relativos ao mesmo empreendimento, não possuem relação direta entre eles. A metodologia adotada está apresentada a seguir.

METODOLOGIA

Para a avaliação dos dados do SNISB foi implementada uma rotina, em ambiente MATLAB®, para a leitura dos dados disponibilizados na plataforma e para a realização das operações de obtenção das frequências de aparecimento dos primeiros dígitos nos dados avaliados. Para o presente trabalho foram avaliadas as seguintes variáveis: altura da fundação, altura do terreno, capacidade do reservatório, comprimento do coroamento e área do reservatório.

Com os resultados obtidos foi realizado o Teste de comparação de frequência de Pearson apresentado a seguir.

LEI DE BENFORD

A lei de Benford determina a probabilidade de ocorrência do primeiro dígito de acordo com a equação 1.

$$P(d) = \log \left(1 + \frac{1}{d} \right) \quad (1)$$

sendo $P(d)$ a probabilidade do número d ser o primeiro dígito de um número natural aleatório, a Tabela 1 apresenta essas probabilidades.

Segundo Benford (1937) a lei pode ser aplicada a qualquer conjunto de dados que não tenha restrição em relação ao seu alcance numérico e que não seja condicionado de uma forma muito nítida.

Tabela 1. Probabilidades dos números de 1 a 9 de ser o primeiro dígito de um número natural aleatório.

Dígito	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Probabilidade	30,10%	17,61%	12,49%	9,69%	7,92%	6,69%	5,80%	5,12%	4,58%

TESTE DE COMPARAÇÃO DE FREQUENCIA DE PEARSON

Para uma avaliação mais robusta dos resultados, foi realizado um teste de comparação de frequência de Pearson, que consiste em avaliar a discrepância entre os resultados obtidos e esperados, determinada pela equação 2 (JONG ET AL., 2020).

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \quad (1)$$

Onde: X^2 a estatística do teste cumulativo de Pearson; o_i frequência obtida; e_i frequência esperada; e n número de frequências.

A partir da obtenção de X^2 aplica-se o seguinte algoritmo para a realização do algoritmo apresentado no Quadro 1.

O valor do $X^2_{crítico}$ é tabelado em função do nível de significância desejado. Para o presente trabalho esse valor será adotado como 5,00%, equivalente a um $X^2_{crítico} = 15,01$.

Quadro 1. Algoritmo do teste de comparação de frequência de Pearson.

Dada a hipótese H_0 que consiste na aplicação da lei de Bernford para os dados avaliados. Faça a seguinte comparação:

se X^2 obtido $\geq X^2_{crítico}$, rejeita H_0 ;

se X^2 obtido $\leq X^2_{crítico}$, aceita H_0 .

RESULTADOS

Essa seção apresentará os resultados obtidos a partir da avaliação das seguintes variáveis no SNISB: altura da fundação ($H_{FUNDACÃO}$), altura do terreno ($H_{TERRENO}$), capacidade do reservatório ($C_{RESERVATÓRIO}$), comprimento do coroamento ($C_{COROAMENTO}$) e área do reservatório ($A_{RESERVATÓRIO}$). O banco de dados conta com 29.348 barragens cadastradas, porém, nem todas as barragens possuem todos os dados registrados. A Tabela 2 apresenta a quantidade de registros de cada uma das variáveis que o bando de dados forneceu para a análise.

Tabela 2. Quantidade de registros das variáveis analisadas.

Variável	Quantidade
Altura da fundação	11313
Altura do terreno	16875
Capacidade do reservatório	25078
Comprimento do coroamento	6834
Área do reservatório	3055

A sequência de Figuras de 1 a 5 apresentam o comparativo entre as probabilidades (frequências) de aparecimento de cada dígito nas cinco variáveis analisadas. Esses resultados estão compilados na Tabela 4 em formato numérico. Em uma análise às Figuras, notou-se que os dados se adequam à lei de Benford de maneira satisfatória, com uma ressalva sobre $H_{\text{FUNDAÇÃO}}$, que possuiu uma frequência significativamente melhor no dígito 1 em relação ao esperado e possuiu os dígitos 2, 3 e 4 com frequências próximas. Analisando a Tabela 1 percebe-se também que todas as probabilidades de todas as variáveis possuem valores decrescentes com o aumento do valor do primeiro dígito.

Figura 1. Comparação das frequências do primeiro dígito de $H_{\text{FUNDAÇÃO}}$ observados com o esperado pela lei de Benford.

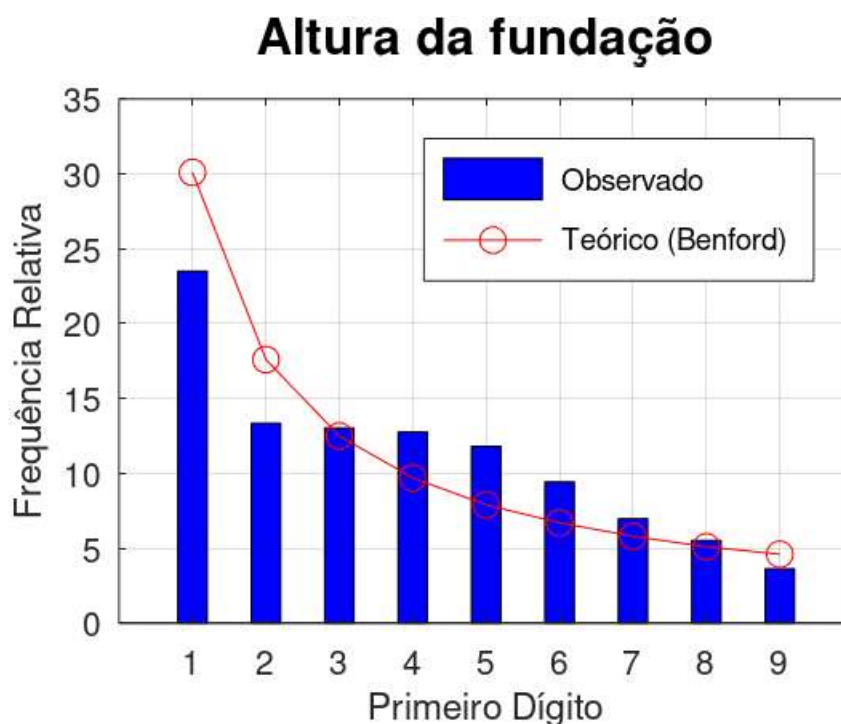


Figura 2. Comparação das frequências do primeiro dígito de H_{TERRENO} observados com o esperado pela lei de Benford.

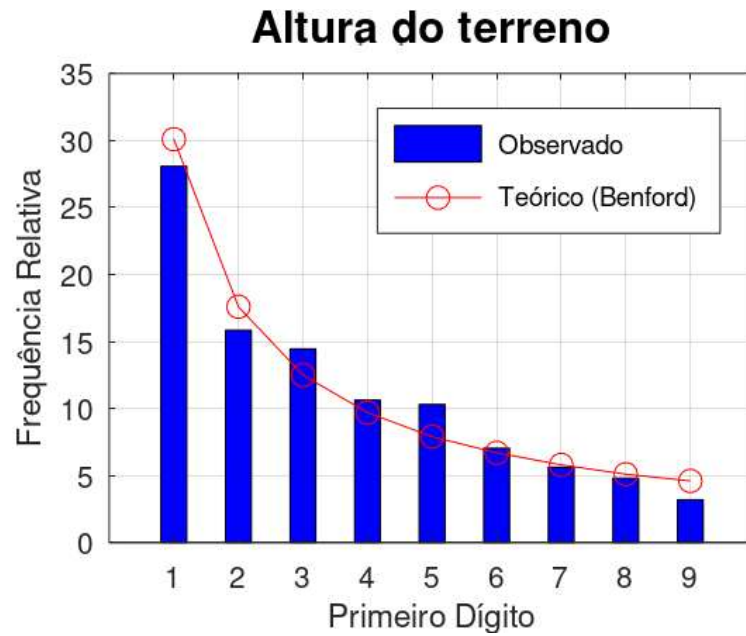


Figura 3. Comparação das frequências do primeiro dígito de H_{TERRENO} observados com o esperado pela lei de Benford.

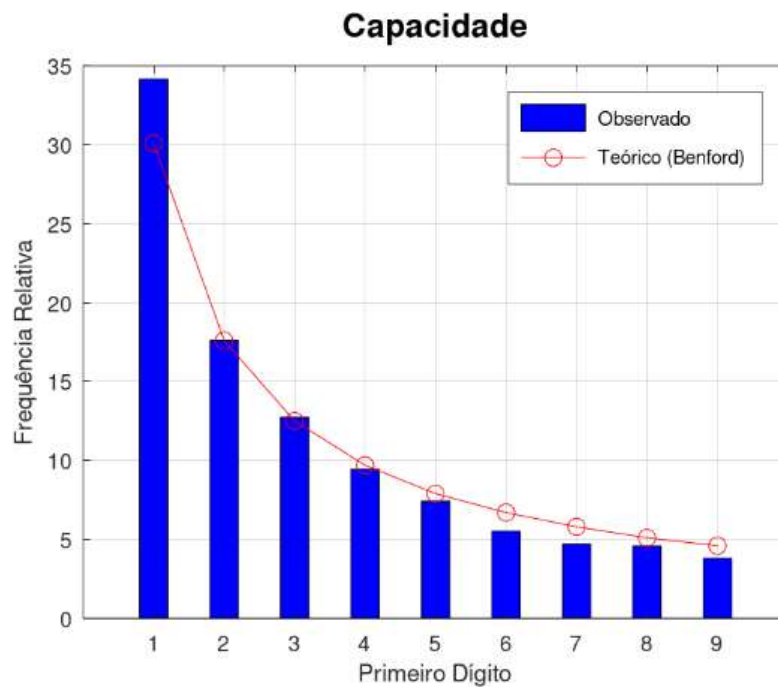


Figura 4. Comparação das frequências do primeiro dígito de $C_{\text{RESERVATÓRIO}}$ observados com o esperado pela lei de Benford.

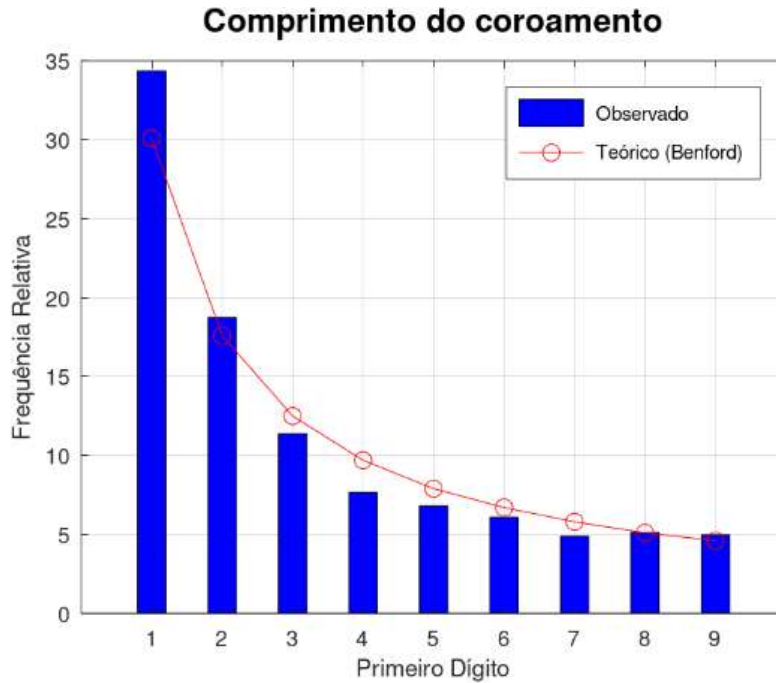


Figura 5. Comparação das frequências do primeiro dígito de $A_{\text{RESERVATÓRIO}}$ observados com o esperado pela lei de Benford.

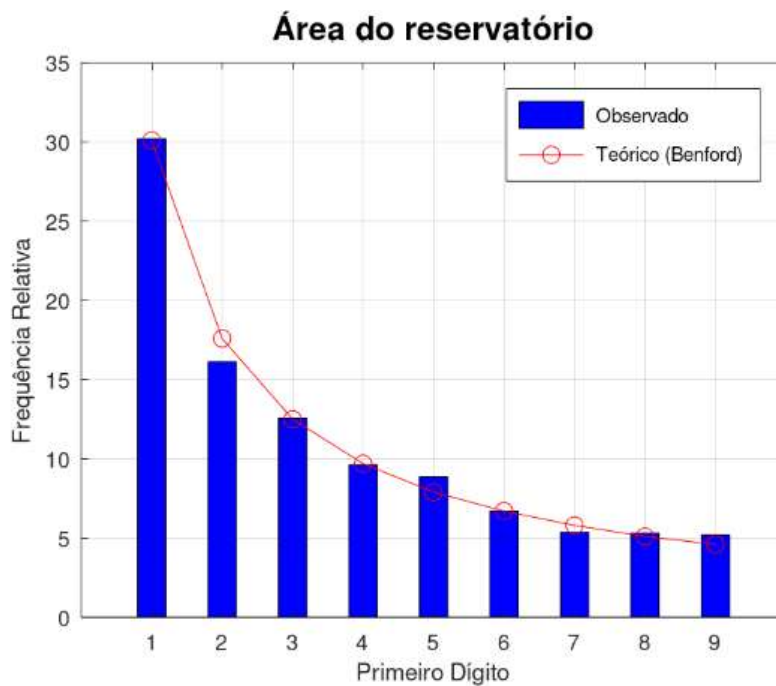


Tabela 3. Probabilidades dos dígitos das variáveis analisadas.

Variável	Probabilidades dos dígitos								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Benford	30,10	17,61	12,49	9,69	7,92	6,69	5,80	5,12	4,58
H _{FUNDAÇÃO}	23,50	13,35	13,03	12,76	11,81	9,43	6,96	5,52	3,62
H _{TERRENO}	28,08	15,84	14,46	10,63	10,31	7,04	5,62	4,80	3,20
C _{RESERVATÓRIO}	34,16	17,61	12,75	9,45	7,42	5,51	4,71	4,58	3,80
C _{COROAMENTO}	34,36	18,74	11,37	7,65	6,80	6,09	4,89	5,12	4,97
A _{RESERVATÓRIO}	30,21	16,14	12,57	9,62	8,87	6,71	5,37	5,30	5,20

Para a aplicação do teste de Pearson foi necessário calcular os erros absolutos, seus quadrados e as parcelas de X^2 . Esses resultados estão apresentados, respectivamente, na Tabela 4, Tabela 5 e Tabela 6. A partir da análise dos erros absolutos, apresentados na Tabela 4, percebe-se que o resultado mais discrepante em relação ao esperado é a probabilidade do dígito 1 de H_{FUNDAÇÃO}, que possui erro absoluto de 6,60. Quando se analisa os erros de H_{FUNDAÇÃO} em relação aos outros dígitos verifica-se que as probabilidades do dígito 1, 2, 4, 5 e 6 são maiores que as das outras variáveis. A Tabela 5, que apresenta os quadrados dos erros, amplifica esses erros e mostram onde eles são mais ou menos discrepantes em relação ao esperado.

Tabela 4. Erro absoluto entre o valor observado e o esperado.

Variável	$o_i - e_i$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H _{FUNDAÇÃO}	-6,60	-4,26	0,54	3,07	3,89	2,74	1,16	0,40	-0,96
H _{TERRENO}	-2,02	-1,77	1,97	0,94	2,39	0,35	-0,18	-0,32	-1,38
C _{RESERVATÓRIO}	4,06	0,00	0,26	-0,24	-0,50	-1,18	-1,09	-0,54	-0,78
C _{COROAMENTO}	4,26	1,13	-1,12	-2,04	-1,12	-0,60	-0,91	0,00	0,39
A _{RESERVATÓRIO}	0,11	-1,47	0,08	-0,07	0,95	0,02	-0,43	0,18	0,62

Tabela 5. Quadrado do erro absoluto entre o valor observado e o esperado.

Variável	$(o_i - e_i)^2$								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
H _{FUNDAÇÃO}	43,56	18,15	0,29	9,42	15,13	7,51	1,35	0,16	0,92
H _{TERRENO}	4,08	3,13	3,88	0,88	5,71	0,12	0,03	0,10	1,90
C _{RESERVATÓRIO}	16,48	0,00	0,07	0,06	0,25	1,39	1,19	0,29	0,61
C _{COROAMENTO}	18,15	1,28	1,25	4,16	1,25	0,36	0,83	0,00	0,15
A _{RESERVATÓRIO}	0,01	2,16	0,01	0,00	0,90	0,00	0,18	0,03	0,38

A Tabela 6 apresenta os resultados das parcelas de X^2 e os seus resultados. Essa tabela mostra que $X^2 \leq X^2_{crítico}$, validando todos os resultados à luz da hipótese H_0 .

Tabela 6. Parcelas do somatório para obtenção de X^2 e resultado de X^2 .

Variável	$\frac{(o_i - e_i)^2}{e_i}$									X^2
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
H _{FUNDAÇÃO}	1,45	1,03	0,02	0,97	1,91	1,12	0,23	0,03	0,20	6,97
H _{TERRENO}	0,14	0,18	0,31	0,09	0,72	0,02	0,01	0,02	0,42	1,90
C _{RESERVATÓRIO}	0,55	0,00	0,01	0,01	0,03	0,21	0,20	0,06	0,13	1,19
C _{CCOROAMENTO}	0,60	0,07	0,10	0,43	0,16	0,05	0,14	0,00	0,03	1,59
A _{RESERVATÓRIO}	0,00	0,12	0,00	0,00	0,11	0,00	0,03	0,01	0,08	0,36

CONCLUSÕES

A partir dos resultados obtidos foi possível verificar que todos os resultados avaliados foram aceitos em relação à hipótese H_0 . A Tabela 7 apresenta um resumo dos resultados de X^2 e $X^2_{crítico}$ para as variáveis analisadas. A partir da observação desses resultados percebeu-se que H_{FUNDAÇÃO} apesar de ter a sua hipótese aceita possuiu um X^2 relativamente maior que os outros. Tal fato pode ocorrer pois, diferente das outras variáveis, as fundações possuem valores condicionados a questões de execução de obra. Uma das condicionantes é a questão executiva pois não é razoável um projetista elaborar um projeto de barragens com fundações demasiadamente profundas. As fundações são elementos onde se deseja economizar, então esse é um condicionante importante. Obviamente as outras variáveis, por se tratar de engenharia, também possuem condicionantes, porém a faixa de possibilidades dessas variáveis é bem maior que a da altura das fundações.

Tabela 7. Parcelas do somatório para obtenção de X^2 e resultado de X^2 .

Variável	X^2	$X^2_{crítico}$	Hipótese H_0
H _{FUNDAÇÃO}	6,97	15,01	aceita
H _{TERRENO}	1,90	15,01	aceita
C _{RESERVATÓRIO}	1,19	15,01	aceita
C _{CCOROAMENTO}	1,59	15,01	aceita
A _{RESERVATÓRIO}	0,36	15,01	aceita

Nesse trabalho verificou que todas as variáveis se comportaram demasiadamente bem quando comparados com a lei de Benford e pode-se concluir então que os resultados do banco de dados do SNISB possuem consistência e confiabilidade, a luz da lei de Benford. Outro fato a ser observado é que a base de dados do SNISB é formada por dados colaborativos, isso significa que o banco de dados é alimentado por grupos de trabalho distintos, que podem ter metodologias distintas de obtenção desses dados. Apesar disso, o banco se mostrou confiável e uma fonte segura de informações.

Além de todas as conclusões obtidas a mais relevante é que além de todos os dados citados nesse trabalho também seguem a surpreendente lei de Benford.

REFERÊNCIAS

ALEXPOULOS, Teodoro, STEFANOS, Leontsinis. Benford's Law in Astronomy, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, Vol. 35, No. 4, pp. 639-648, 2014.

ALIPOUR, A., Alipour, Application of Benford's Law in Analyzing Geotechnical Data, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, Vol. 52, N. 2, pp 323-334, 2019.

ANTIGONI, Margellou, POMONIS, Philippos J. Benford's law, Zipf's law and the pore properties in solids, *Microporous and Mesoporous Materials*, Vol. 292, 109735, 2020.

BENFORD, Frank. The Law of Anomalous Numbers. American Philosophical Society, Vol. 78, No. 4, pp. 551-572, 1938

BERGER, Arno (a). Benford's Law in Power-like Dynamical Systems, *Stochastics and Dynamics*, Vol. 5, No. 4, pp. 587-607, 2005.

BERGER, Arno (b). Multi-dimensional Dynamical Systems and Benford's Law. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, Vol. 13, N. 1, pp. 219-237, 2005.

BUGARIN, Maurício Soares, CUNHA, Flávia Ceccato Rodrigues da. Lei de Benford aplicada à auditoria da reforma do Aeroporto Internacional de Minas Gerais, *Revista do Serviço Público – RSP*, Vol. 66, N. 4, p. 915-940, 2017.

BUGARIN, Maurício Soares, CUNHA, Flávia Ceccato Rodrigues da. Lei de Benford e Auditoria de Obras Públicas: uma análise de sobrepreço na reforma do Maracanã, *Revista do TCU*, No. 131, pp. 46-53, 2014.

CAFÉ, Renata Motta, BUGARIN, Maurício Soares, PORTUGAL, Adriana Cuoco. Benford: o caso do Expresso DF Sul no Distrito Federal, *Revista do Serviço Público*, Vol. 72, No. 2, pp. 360-399, 2021.

CAMPOS, M. I. S. Uma análise quali-quantitativa das barragens do estado do Pará com dados do Sistema Nacional de Informações Sobre Segurança de Barragens (SNISB), *Technology Science*, Vol.2, No.1, pp.58- 61, 2020.

CUNHA, Flávia Ceccato Rodrigues da, BURGANI, Maurício Soares. Lei de Benford Aplicada à Auditoria da Reforma do Aeroporto Internacional de Mias Gerais, *Revista do Serviço Público*, Vol. 68, No. 4, 2017.

CUNHA, Flávia Ceccato Rodrigues da, BURGANI, Maurício Soares. Lei de Benford para a auditoria de obras públicas: análise de sobrepreço na construção da Arena da Amazônia, Vol. 28, No. 8, pp. 841-857, 2015.

DIACONIS, Persi; FREEDMAN, David. On Rounding Percentages. *Journal of the American Statistical*, Vol. 74, No. 366, pp. 359-364, 1979.

ECKHARTT, Gregory M., RUXTON, Graeme D. Investigating and preventing scientific misconduct using Benford's Law, *Research Integrity and Peer Review*, Vol. 8, No. 1, 2023.

FILHO, José André Carneiro, FALK, James Anthony. Impacto do Controle Sobre Probabilidade de Fraudes em Dois Municípios de Pernambuco: Lei de Newcomb-Benford, No. 149, pp. 200-216, 2022.

FILHO, Marco Antonio Figueiredo Milani, POKER, Johan Hendrik Poker, BELLI, Marcio Marcelo, SEGURA, Liliane Cristina. Bolsas de Valores dos BRICS: Uma Análise das Informações Financeiras Baseada na Lei de Benford, *Contabilidade Vista e Revista*, Vol. 27, No. 2, pp. 64-87, 2016.

GEYER, A., MARTÍ, G. Applying Benford's law to volcanology. *Geologia*, Vol. 40, No. 4, pp. 327-330, 2012.

HILL, Theodore P., FOX, Roald F., Hubble's Law Implies Benford's Law for Distances to Galaxies, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, Vol. 37, No. 4, pp. 1-8, 2016.

JONG, Jurjen de; BRUIJNE, Jos de; RIDDER, Joris de. Benford's law in the *Gaia* universe. *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 642, A205, 2020.

JÚNIOR, Carlos Alberto Cascão Júnior, PORTUGAL, Adriana Cuoco, BURGARIN, Mauricio Soares, CUNHA, Flávia Ceccato. Aplicação da Lei de Benford na Detecção de Jogo de Planilha: O Caso do Estádio Nacional de Brasília, XVIII Simpósio Nacional de Auditoria de Obras Públicas, João Pessoa – PB, 2018.

MELITA, M. D., MIRAGLIA, J. E. *New Astronomy*, Vol. 89, 101654, 2021.

NETO, Pedro de Souza Garrido, DIAS, Fernanda Spitz, KAZAY, Daniel Firmo, JÚNIOR, José Edson Falcão de Farias, GONÇALVES, Vanessa Schinaider do Amaral Pereira. Segurança de Barragens no Estado do Rio de Janeiro: Identificação e Fiscalização

dos Principais Barramentos, XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Florianópolis, Santa Catarina, 2017.

NEWCOMB, Simon. Note on the Frequency of Use of the Different Digits in Natural. *American Journal of Mathematics*, Vol. 4, No. 1, pp. 39-40, 1881.

NIGRINI, Mark J., MILLER, Steven J. Data Diagnostics Using Second-Order Tests of Benford's Law, *Auditing: A Journal of Practice e Theory*, Vol. 28, No. 2, pp. 305-324, 2009.

OLIVEIRA, Janaina Aparecida Joaquim de, FILHO, Marco Antonio Figueiredo Milani, FRANCISCHETTI, Carlos Eduardo, JR, Salatiel Vieira de Oliveira, PADOZEVE, Clóvis Luís, Uma Análise dos Gastos da União: Aplicabilidade da Lei de Newcomb-Bernford, *CONTABILOMETRIA - Brazilian Journal of Quantitative Methods Applied to Accounting*, Vol. 5, No. 2, pp. 123-141, 2018.

OLIVEIRA, Yasmin Ramos, MOTTA, Edlaine Feital Barbosa, BERSAN, Jessica Laine Mendes, ALMEIDA, Júlia Righi de. Análise da Legislação Brasileira e dos Aspectos Econômicos Associados à Segurança de Barragem de Rejeito, XX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica, Campinas, São Paulo, 2020.

PAIN, Jean-Christophe. Benford's law and complex atomic spectra, *Physical Review E*, Vol. 77, 012102, 2008.

P. HILL, Theodore. The Significant-Digit Phenomenon. *The American Mathematical Monthly*, Vol. 102, No. 4, pp. 322-327, 1995.

SAMBRIDGE, M.; TKALČIČ, H.; JACKSON, A. Beford's law in the natural sciences. *Geophysical research lettees*, Vol. 37, L22301, 2010.

SAMPAIO, Adilson da Hora, FIGUEIREDO, Paulo Soares, LOIOLA, Elisabeth. Compras Públicas no Brasil: Indícios de Fraudes Usando a Lei de Newcomb-Benford, *Cadernos de Gestão Pública e Cidadania*, Vol. 27, No. 86, e82760, 2022.

SILVA, Daniela Carolina da Costa e, FAIS, Laura Maria Canno Ferreira. Segurança de Barragens: Panorama Histórico da Legislação Brasileira, *Athenas*, Vol. 1, pp. 1-20, 2020.

SLVA, Jailson Oliveira da, BOENTE, Diego Rodrigues. Uso da lei de newcomb-benford: uma contribuição à auditoria de conformidade contábil na Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica, *Advances in Scientific and Applied Accounting*, Vol. 16, No. 1, pp. 169-184, 2023.

SILVA, R. S. A., MEDEIROS, A. B. S., JÚNIOR, A. P. Oliveira, NETO, O. Freitas, JÚNIOR, O. F. Santos. Acidentes e Incidentes em Barragens Brasileiras: Uma

Análise dos Dados Disponíveis nos Relatórios de Segurança de Barragens e da Legislação Vigente. HOLOS, v. 6, e10245, 2021.

SOTTILI, Gianluca, PALLADINO, Danilo M., GIACCIO, Biagio, MESSINA, Paolo. Lei de Benford na Análise de Séries Temporais de Clusters Sísmicos, *Mathematical Geosciences*, Vol. 44, pp. 619–634, 2012.

SPIER, Leandro. Uso da Lei de Benford para Identificar Inserção de Dados Fictícios em Requerimentos de Seguro-desemprego, *Revista da ENIT*, Ano 3, pp. 273-292, 2019.

THEODORO, Ricardo, BONANCIM, Carlos Alberto Grespam, COSTA, Davi Rogério de Moura. Identificação de Ações Discricionárias do Gestor em Cooperativas de Crédito: uma aplicação da Lei de Benford, *Revista Contabilidade, Gestão e Governança*, Vol. 24, No. 3, pp. 331-348, 2021.

THEODO, Ricardo, ZANCAN, Flávia, ESPICH, Denise, COSTA, Davi Rogério de Moura, Auditoria em cooperativas de crédito brasileiras: análise do efeito da contratação de um Big Four utilizando a Lei de Benford, *Revista de Gestão e Organização Cooperativa*, Vol. 11, No. 21, e74416, 2024.

Contato com o autor: lucio.victor@ifsertao-pe.edu.br

Recebido em: 16/02/2025

Aprovado em: 06/06/2025