

PREVISÃO DE RESERVAS PARA SEGURADORAS DO MERCADO BRASILEIRO ¹

RESERVES FORECAST FOR INSURANCE OF BRAZILIAN MARKET

Anna Cecília Chaves Gomes ²

Doutoranda em Gestão Organizacional pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

Professora do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)

annacecilia.cg@gmail.com

Antônio Hermes Marques da Silva Junior

Mestre em Matemática Aplicada e Estatística pela UFRN

Professor Assistente da UFRN

hermes@ccet.ufrn.br

Moises Alberto Calle Aguirre

Doutor em Demografia pela UFRN

Professor Adjunto da UFRN

calle@ccet.ufrn.br

RESUMO

O objetivo da pesquisa é aplicar o modelo *Chain Ladder* para prever as reservas das companhias de seguros mais relevantes do mercado brasileiro. As empresas escolhidas foram a Bradesco, Porto Seguro, Itaú, Allianz e Banco do Brasil-Mapfre, estas tendo sido selecionadas de acordo com a classificação do Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros no Estado de São Paulo (SINCOR-SP). O critério geral envolve empresas com negócios em veículos, imóveis, vida, finanças, transportes, saúde e outros tipos de seguro. A adequação do modelo *Chain Ladder* de Mack foi testada de acordo com os critérios de análise gráfica de resíduos para cada companhia de seguros. As projeções apresentaram erros padrões inicialmente baixos, contudo, crescentes com o passar dos anos e com diminuição gradual do volume de dados. A empresa com menor erro padrão de previsão seria a Bradesco, contudo, seus resultados não foram confiáveis, pois apresentou forte falha no pressuposto de independência dos resíduos, podendo inviabilizar o uso do modelo para o presente caso. Nas demais empresas algumas leves tendências nos resíduos foram observadas. A única empresa que não apresentou nenhum indicativo de falha de pressuposto foi a Allianz. Demonstra-se então que o *Chain Ladder* pode ser utilizado para previsão de reservas de seguradoras brasileiras, contudo, que os pressupostos devem ser avaliados caso-a-caso. No que tange às limitações, limita-se, pois, sugere correções para falhas de pressupostos sem realizá-las e apresenta um curto lapso temporal, de forma que se recomende, para trabalhos futuros, que tais questões sejam sanadas, assim como que seja realizada uma comparação entre os diversos métodos de previsão de reservas.

Palavras-chave: Previsão de Reservas; *Chain Ladder*; Seguradoras.

¹ Artigo recebido em: 12/12/2015. Revisado por pares em: 14/07/2016. Versão final recebida em: 29/07/2016. Recomendado para publicação em: 16/08/2016 por Orleans Silva Martins (Editor Geral). Publicado em: 24/08/2016. Organização responsável pelo periódico: UFPB.

² Endereço: Rua Seridó, 754, AP 902, Petrópolis, CEP 59020-010, Natal/RN.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18405/recfin20160202>

ABSTRACT

The research objective is then to apply the Chain Ladder model to forecast the reserves of the most relevant insurance companies of the Brazilian market. The chosen companies are Bradesco, Porto Seguro, Itaú, Allianz and Banco do Brasil-Mapfre these being selected according to Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros no Estado de São Paulo (SINCOR-SP) ranking. The overall criterion involves companies with business on vehicle, property, life, financial, transport, health and other insurance types. All the computation and graphics were produced using the package "Chain-Ladder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance, R package version 0.2.0". The adequacy of the Mack's Chain Ladder model was test according to the graphical residual analysis criteria for each insurance company. Projections showed standards errors initially low, however, growing over the years and gradual decrease in the volume of data. The company with the lowest standard error of prediction would be Bradesco, however, their results would be unreliable because it had serious flaws assumptions of the residues independence and may make impracticable the use of the model to the present case. In other companies some slight trends in waste were observed. The only company that did not show any indication of fault assumption was Allianz. It is shown then that the Chain Ladder can be used to forecast reserves of Brazilian insurers, however, that the assumptions should be evaluated on a case-by-case basis. With regard to limitations is confined because it suggests fixes for assumptions failures without performs them and presents a short time span, so it is recommended for future work, that these issues be solved as well as a comparison to be made between many reserves forecasting methods.

Keywords: Estimates of Reserves; Chain Ladder; Insurance.

1. INTRODUÇÃO

Dentre os passivos existentes em uma entidade seguradora, o mais importante é a reserva, uma vez em que esta, adicionada aos prêmios futuros e remuneração dos investimentos, deve ser suficiente para arcar com os benefícios futuros das apólices em vigor da entidade seguradora (ARAÚJO, 2010). O profissional responsável pelo cálculo das reservas nas seguradoras e resseguradoras dos diversos ramos é o atuário. Nesse sentido, o cômputo destas reservas adquire uma importância tão expressiva, que se assume o cálculo das reservas necessárias para cobrir as necessidades da entidade como uma das funções mais importantes do atuário (ALBA; BONILLA, 2002). Sendo assim, para tratar desta questão os autores afirmam que inúmeros métodos para seu cálculo foram desenvolvidos como forma de gerar tal resultado.

Os cálculos que permitem a obtenção das reservas podem ser agrupados em duas diferentes metodologias, métodos probabilísticos e determinísticos (POUSINHO, 2013). Pelos métodos determinísticos, tem-se uma única resposta possível, enquanto que pelos probabilísticos há como resultado um conjunto de possíveis respostas, associadas a uma distribuição de probabilidades (RODÓN; MURAKAMI; SAKAGUTI, 2002). Dentre os métodos existentes, um bastante difundido no mercado é o *Chain Ladder* (CARVALHO, 2010), este sendo de fato o mais largamente utilizado (SOUSA, 2011). A principal limitação desta metodologia seria, contudo, o fato de, por ser um modelo determinístico, não permitir calcular os intervalos de confiança para as reservas preditas (ALBA; BONILLA, 2002).

Como forma de sanar tal limitação, modelos estocásticos foram desenvolvidos buscando fazer com que o *Chain Ladder* ganhasse um arcabouço estocástico, contudo, os valores de reserva calculados para cada modelo eram diferentes dos resultados obtidos pela metodologia original. A partir de Mack (1993) foi possível gerar um arcabouço estocástico para o *Chain Ladder* mantendo um valor idêntico de reservas previstas, sem assumir quaisquer distribuições para as observações do triângulo de *run-off*. Tal modelo foi então escolhido para utilização neste trabalho. O presente estudo busca, então, realizar uma aplicação do método *Chain Ladder* com modificações propostas por Mack (1993) para prever reservas de algumas seguradoras com maior presença no mercado brasileiro.

2. MODELOS DETERMINÍSTICOS E MODELOS ESTOCÁSTICOS

Os modelos utilizados para fins de estimar provisões de sinistros dividem-se em dois grupos: os modelos determinísticos e os modelos estocásticos (TAYLOR, 2000, apud ALVES, 2011). Nos modelos determinísticos tem-se uma única resposta possível, enquanto que nos estocásticos (ou probabilísticos) haveriam um conjunto de possíveis respostas, estas dependendo de uma distribuição de probabilidades (RODÓN; MURAKAMI; SAKAGUTI, 2002).

Ao se utilizar modelos determinísticos para fins de cálculo de reservas, tem-se então apenas uma estimativa para este montante, não sendo possível associar um erro as previsões feitas (CARVALHO, 2010). Para Alves (2011) os modelos determinísticos teriam a vantagem de serem muito simples e eficazes, contudo, os modelos estocásticos permitiriam a estimativa de medidas de erros e intervalos de confiança para às estimativas, possibilitando a análise do grau de confiança atribuída aos resultados e os testes de diagnósticos que permitam a avaliação da qualidade do ajustamento dos dados.

2.1. Organização dos dados: formato triângulo de run off

Para trabalhar com a previsão a partir de determinados métodos determinísticos ou estocásticos os dados têm de estar dispostos em um formato particular, este denominado *run-off triangles*, triângulo de desenvolvimento ou triângulo *run-off*. Os dados devem estar no formato de uma matriz conforme a Tabela 01.

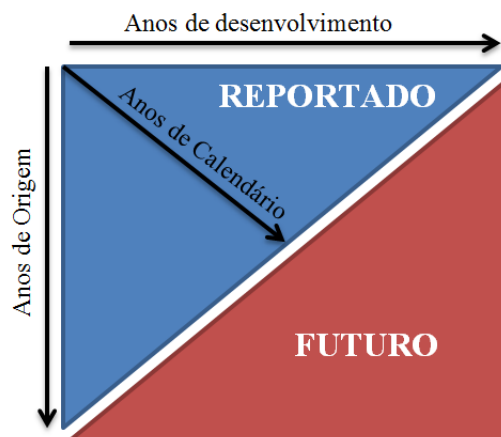
Tabela 01 – Triângulo de *run-off*.

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento								
	0	1	2	...	j	...	n-1	n	∞
0	$X_{0,0}$	$X_{0,1}$	$X_{0,2}$...	$X_{0,j}$...	$X_{0,n-1}$	$X_{0,n}$	$X_{0,\infty}$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,j}$...	$X_{0,n-1}$		
2	$X_{2,0}$	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$...	$X_{2,j}$...			
...			
i	$X_{i,0}$	$X_{i,1}$	$X_{i,2}$...					
...					
n-1	$X_{n-1,0}$	$X_{n-1,1}$							
n	$X_{n,0}$								

Fonte: Souza (2011).

Tipicamente, as reivindicações devidas a ocorrências de sinistros não são pagas em uma data e sim em um número de anos (ou períodos de tempo) (WEINDORFER, 2012). Sendo assim, para Souza (2011), os valores expressos como $X_{i,j}$, com $i = \{0, \dots, n\}$ e $j = \{0, \dots, \infty\}$, podem representar: o montante total ou a média de indenizações pagas; o montante de prêmios; ou o número de apólices. Segundo o autor ainda cada linha da matriz representaria um “período de ocorrência” de sinistros enquanto que as colunas representariam os “períodos de liquidação” ou pagamento das indenizações de sinistros. Por fim, a última coluna corresponderia ao *ultimate*, este contendo a informação relativa aos sinistros ocorridos, mas, que somente será regularizado passados os n “períodos de desenvolvimento” (onde n é o último registro de sinistros ocorridos).

O formato dos triângulos de *run-off* poderiam ser então resumidos, quanto aos anos ao qual se referem, conforme a Figura 01. O triângulo inicial (representado pela cor azul) diria respeito aos dados que se tem em mãos enquanto que os dados na parte vermelha da matriz seriam aqueles que se procura descobrir com a aplicação do método. Os pagamentos estariam então sendo originários de um ano específico (ano de origem) decorrendo por todos os anos de desenvolvimento. Os anos de calendário representariam então os dados nas diagonais da matriz.

Figura 01 – Simplificação do formato dos triângulos de *run-off*.

Fonte: Elaboração própria.

Para Atherino (2008) o triângulo possuiria duas representações básicas: incremental e acumulada. Na incremental, ter-se-ia às quantidades observadas no ano de desenvolvimento j e no ano de ocorrência i representada por $X_{i,j}$ com $i = \{0, \dots, n\}$ e $j = \{0, \dots, \infty\}$. Já na forma acumulada, tem-se a estrutura $C_{i,j}$, que corresponderia “[...] às quantidades do ano de ocorrência i , acumuladas até o final do ano de desenvolvimento j , ou seja, à soma das quantidades incrementais $X_{i,j}$, ao longo dos anos de desenvolvimento” (SOUSA, 2011, p. 6). Simbolicamente ter-se-ia:

$$C_{i,j} = \sum_{k=0}^j X_{i,k}, 0 \leq i \leq n \text{ e } 0 \leq j \leq \infty \quad (1)$$

Em geral, a forma acumulada é utilizada em métodos que se baseiam em razões ou taxas entre anos de desenvolvimento consecutivos como os modelos de *Hertig*, *Jong*, *Chain Ladder*, entre outros (ATHERINO, 2008).

2.2. Chain Ladder

Entre os modelos determinísticos, o *Chain Ladder* é o mais largamente utilizado (SOUSA, 2011). Este insere-se na categoria de modelos com *link ratios*, ou seja, é um método que se baseia em um “[...] conjunto de *ratios* que relacionam os montantes de um determinado ano com os montantes do ano seguinte. Esta é uma das técnicas atuariais mais antiga e amplamente aplicada pelas seguradoras na estimação da provisão para sinistros” (CONCEIÇÃO, 2014, p. 9).

Para calcular reservas a partir deste método busca-se então estimar o triângulo inferior da matriz apresentada na Tabela 01 com base nos montantes acumulados ao final do exercício conforme a Equação 02.

$$\hat{C}_{i,j} = C_{i,j-1} \times \hat{f}_{j-1}, \text{ com } i + j > n \quad (2)$$

Para tal, deve-se ter então os valores de \hat{f}_j , estes, sendo cocientes de desenvolvimentos definidos na forma das Equações 3 e 4.

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=0}^{n-j} C_{i,j+1}}{C_{i,j}}, 0 \leq j \leq n - 1 \quad (3)$$

$$\hat{f}_j = \frac{C_{0,\infty}}{C_{0,n}} \quad (4)$$

Dados tais condições, as estimativas obtidas para provisões de sinistros associados ao ano de ocorrência i , \hat{R}_i , são dadas por pela equação 5.

$$\hat{R}_i = \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,n-i}, 0 \leq i \leq n \quad (5)$$

O principal problema encontrado nesta metodologia é o fato de ser um modelo determinístico, não sendo possível calcular intervalos de confiança para as reservas resultantes desta (ALBA; BONILLA, 2002).

2.3. Modelo de Mack

Para Atherino (2008) muitos trabalhos tentaram construir um arcabouço estocástico para o *Chain Ladder*, porém, a maioria destes trabalhos estavam apenas desenvolvendo um novo método, cabendo a Mack (1993) desenvolver um arcabouço estocástico para o *Chain Ladder*. O autor manteve um valor estimado idêntico de reserva obtendo apenas uma medida de dispersão para esta sem assumir qualquer distribuição para as observações do triângulo, preservando-se a característica principal do *Chain Ladder*: ser “livre de distribuição”.

Para fins do presente estudo, utiliza-se o *Chain Ladder* a partir do modelo de Mack de forma a se manter os resultados do método original, obtendo-se, no entanto, o arcabouço estocástico que complementa o resultado.

2.3.1. Pressupostos

Ao desenvolver o método *Chain Ladder*, Mack (1993) informa que três pressuposições foram feitas, estas devendo serem seguidas para garantir o desempenho do modelo. O primeiro pressuposto trata da proporcionalidade entre as colunas da matriz de forma que se assume a existência de fatores de desenvolvimento f_0, f_1, \dots, f_k , conforme Equação 6 (NOVO, 2008).

$$E(C_{i,k+i} \vee C_{i,0}, \dots, C_{i,k}) = C_{i,k} \cdot f_k, 0 \leq i \leq I, 0 \leq k \leq I \quad (6)$$

Com os fatores de desenvolvimento estimados pelas Equações 7 e 8.

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{I-k-1} C_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{I-k-1} C_{i,k}} \quad (7)$$

$$\hat{f}_I = \frac{C_{0,\infty}}{C_{0,I}} \quad (8)$$

Onde, f_I é o fator calda, permitindo determinar o montante total a se pagar depois de I anos de desenvolvimento. Vale salientar que este pressuposto também implica na verificação da não correlação entre os fatores de desenvolvimento.

Novo (2008) sugere então a realização de um gráfico com uma reta de declive f_k que passe na origem, onde os pares ordenados $C_{i,k}, C_{i,k+1}$ devem se aproximar desta reta e o teste de Spearman (que não assume distribuição para os dados) para verificar se estes seriam correlacionados. O segundo pressuposto trataria da independência entre os diferentes anos de ocorrência, fazendo com que $\hat{f}_k, 0 \leq k \leq I - 1$ sejam centrados. Por fim o terceiro pressuposto informa que, uma vez obtidos

os estimadores centrados, deve-se considerar aqueles com menor variância (V). Tal condição seria verificada quando existe uma constante de proporcionalidade σ_k^2 , $0 \leq k \leq I$ não negativa tal que:

$$V(C_{i,k+i} \vee C_{i,0}, \dots, C_{i,k}) = C_{i,k} \cdot \sigma_k^2, 0 \leq i \leq I, 0 \leq k \leq I \quad (9)$$

Onde o $C_{i,k}$ corresponderia às qualidades do ano de ocorrência i acumuladas até o final do ano de desenvolvimento e σ_k^2 , $0 \leq k \leq I$ a constante de proporcionalidade não negativa. Para fins deste último pressuposto Novo (2008) sugere a representação gráfica dos pares ordenados $\left(\frac{C_{i,k+1} - C_{i,k} \cdot f_k}{\sqrt{C_{i,k}}}, C_{i,k}\right)$ para k fixo verificando se o conjunto de pontos obtidos apresenta qualquer tipo de tendência.

Barnett e Zehnwirth (2000) descrevem o *Chain Ladder* de Mack como um modelo baseado em *link ratio* e simplifica o teste de pressupostos ao analisar essas técnicas como regressões ponderadas, desenvolvendo uma variedade de ferramentas para testar os pressupostos destes modelos. Se refere então a esta família de modelos como “extensões da família de *link ratio*” (ELRF – *Extension Link Ratio Family*). Para Barnett e Zehnwirth (2000), todo modelo teria quatro componentes de interesse. Os três primeiros analisariam tendências em cada uma das direções: período de desenvolvimento, período de acontecimento e período de calendário, enquanto que o quarto analisaria a distribuição dos dados com relação a tendência.

Uma vez em que a análise de gráficos seria uma forma popular de analisar o quão apropriado é um modelo de reservas, o *Formatted Actuarial Vignettes in R* (FAVIR, 2000) sugere duas possíveis análises em R. A primeira seria a partir de gráficos com as razões de perda incrementais versus a razão de perdas inicial para cada período de desenvolvimento. Se o modelo *Chain Ladder* funcionar perfeitamente a razão de perdas incremental será proporcional à razão de perdas inicial, de forma que todos os pontos irão cair em uma linha na origem.

A outra forma seria a partir de gráfico de resíduos. Se desenvolveriam gráficos de resíduos padronizados versus o período de desenvolvimento, razão de perdas, ano de origem e período de calendário. Se os resíduos aparentarem apresentar uma tendência, o método estaria inapropriado.

No entanto, como afirmado por vários autores, estes pressupostos são demasiados restritivos, e conforme enunciado por Mack (1993), a estimativa de um método estatístico não passa disso mesmo, pois o passado pode não refletir o futuro, requerendo uma análise por parte do atuário (NOVO, 2008, p. 86).

Caberia então ao atuário uma análise dos dados, destes pressupostos e de suas possíveis consequências antes de qualquer decisão acerca de medidas a serem tomadas.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa se classifica de acordo com a finalidade como exploratório descritiva e de acordo com a abordagem como quantitativa. Seria exploratória, pois visa proporcionar familiaridade com um dado problema buscando torna-lo explícito; descritiva também, visto que descreve características de uma dada população (SILVA, 2005). Com relação à abordagem de pesquisa este estudo busca traduzir em números opiniões e informações, configurando-se como uma pesquisa quantitativa, na qual os dados são primordialmente passíveis de serem medidos e quantificados (SILVA, 2005).

Para fim do presente estudo, utilizou-se uma amostragem não probabilística por julgamento, onde foi escolhida uma seguradora de maior presença no mercado brasileiro por cada ramo (total, automóvel, patrimonial, pessoas, riscos financeiros, transportes, saúde e demais ramos) de acordo

com um ranking realizado por uma organização de escolha da pesquisadora com base na confiabilidade dos resultados. Assim sendo, Zamberlan (2008, p. 112) caracteriza amostragem por julgamento como uma forma de amostragem por conveniência onde os elementos amostrados seriam selecionados com base no julgamento do pesquisador que “[...] exercendo seu julgamento ou aplicando sua experiência, escolhe as pessoas a serem incluídas na amostra por considerá-las representativas da população de interesse, ou apropriadas por algum outro motivo”.

Foram utilizados dados secundários advindos de demonstrações financeiras das empresas em análise no período de 2014. Estes foram tratados através do pacote “ChainLadder” do software R uma vez em que este seria um programa de código aberto que já apresenta inúmeras aplicações e pacotes que auxiliam na atuação do atuário.

O pacote “ChainLadder” lança em 2014 a versão 0.1.9, entretanto este pacote foi apresentado no “*Stochastic Seminar*” no Instituto de Atuária em 2007 e 2008, assim como nos encontros da *Casualty Actuarial Society* (CAS) em 2008 e 2010. Este apresenta ainda implementações dos métodos Marck, Munich e Bootstrap-chain-ladder e desde sua versão 0.1.4-0 também inclui a “LDF Curve Fitting” do artigo de David Clark’s no Fórum do CAS em 2003. Para fins do presente estudo, contudo, se utilizara o “*ChainLadder-0.2.0 Package Vignette*” segundo o tutorial de Carrato et al. (2015) em virtude de ser uma atualização mais recente e de mais simples utilização. A aplicação do pacote será exemplificada a partir da aplicação encontrada nos dados exemplo do R e comentada pelos autores, para posteriormente, ser aplicada nos dados em questão.

3.1. Escolha das seguradoras

O Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros no Estado de São Paulo (SINCOR-SP) realizou um levantamento estatístico visando mensurar a presença das seguradoras brasileiras em seus principais negócios. Foi realizado um ranking de seguros: total (sem VGBL), de automóveis, patrimonial, de pessoas (sem VGBL), de riscos financeiros, de transportes, de saúde e de demais ramos.

Consideraram para tal como indicativos de receita os seguintes valores: em seguros (com exceção de saúde), os prêmios de seguros; as rendas de contribuições de previdência privada aberta e as contraprestações efetivas em Saúde. Ajustou-se ainda o segmento pessoas para englobar também receitas dos planos de previdência ligados a riscos e excluiu-se o valor do DPVAT das contas das empresas.

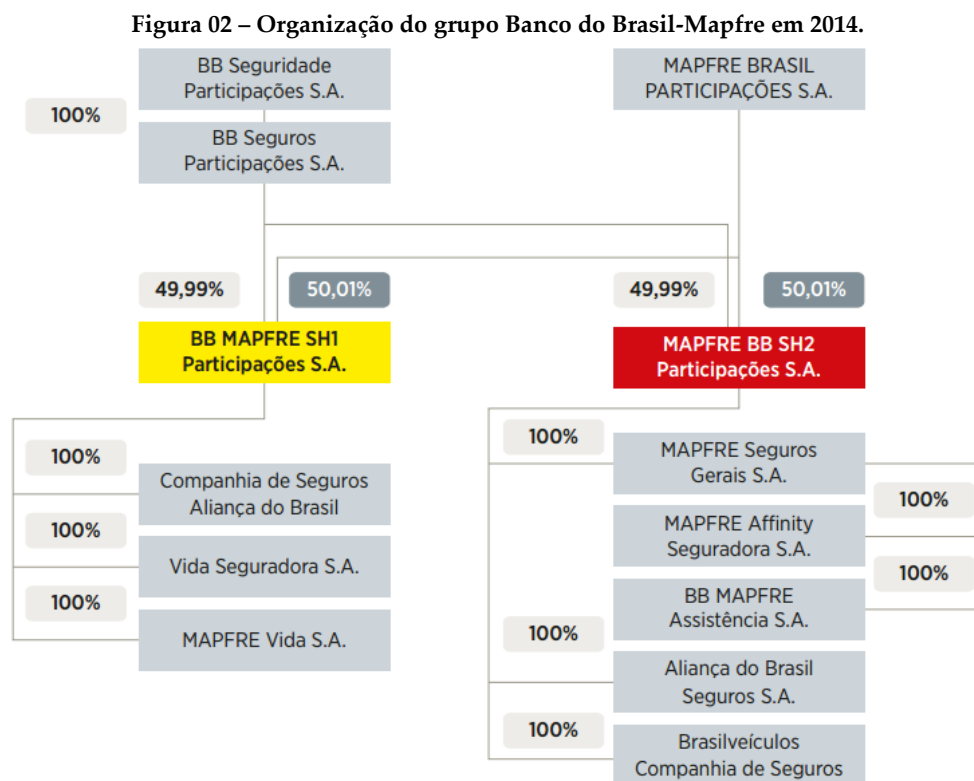
A escolha pela utilização do ranking da presente instituição se deu devido a esta ser um órgão representativo, apto a realizar tal classificação e de considerável confiabilidade. Utilizou-se assim como indicador de seguradoras com maior presença no mercado brasileiro o último ranking da SINCOR, este correspondente ao ano de 2013 obtendo-se os primeiros lugares de cada grupo conforme o Quadro 01.

Quadro 01 – Vencedoras do ranking das seguradoras da SINCOR-SP, 2013.

CRITÉRIO	EMPRESA VENCEDORA
Total (sem VGBL)	Bradesco
Automóvel	Porto Seguro
Patrimonial	Itaú
Pessoas (sem VGBL)	Bradesco
Riscos Financeiros	Porto Seguro
Transportes	Allianz
Saúde	Bradesco
Demais ramos	Banco do Brasil-Mapfre

Fonte: Adaptado de SINCOR-SP (2015).

Utiliza-se então dados das seguintes entidades seguradoras: Bradesco, Porto Seguro, Itaú, Allianz, Banco do Brasil-Mapfre. O caso mais complexo é o do Banco do Brasil-Mapfre, este sendo resultado de uma aliança estratégia entre ambas empresas em 2010. A organização do grupo agora se comporta conforme a Figura 02.



Fonte: Grupo Segurador BB e Mapfre (2015).

Esta contaria assim com um total de 8 distribuidoras (canais *affinities*), sendo elas a: Companhia de Seguros Aliança Brasil, Vida Seguradora S.A., MAPFRE Vida S.A., MAPFRE seguros Gerais S.A., MAPFRE *Affinity* Seguradora S.A., BB MAPFRE Assistência S.A., Aliança do Brasil Seguros S.A. e Brasilveículos Companhia de Seguros. Cada qual geraria um demonstrativo diferente.

Outro caso de grupo em análise com um grande número de demonstrativos intermediários/anuais que deveriam ser investigados de forma a montar o grupo completo é o grupo Bradesco Seguros. Este consta com: Bradesco Seguros S.A., Bradesco Auto/RE Companhia de Seguros, Bradesco Saúde S.A., Atlântica Companhia de Seguros, Bradesco Vida e Previdência S.A, BMC Previdência Privada S.A, Bradesco Capitalização S.A., Mediservice Operadora de Planos de Saúde S.A., Odontoprev S.A. e Bradesco Argentina de Seguros S.A.

Já a Allianz possuiria apenas dois demonstrativos diferentes a serem analisados. O primeiro seria o da Allianz Seguros S.A, tratando de seguros gerais, e segundo o da Allianz *Global Corporate & Specialty* Resseguros Brasil S.A., tratando de casos de resseguros. Por fim, o Itaú teria na SUSEP (2015) 5 (cinco) diferentes demonstrativos: Cia Itaú de capitalização, Itaú BMG seguradora, Itaú seguro auto e residência, Itaú seguros e Itapu vida e previdência.

Dado a quantidade de demonstrativos necessários para se avaliar cada grupo cotado, a complexidade que a análise dos resultados traria (uma vez em que muitas inclusive trabalham no mesmo segmento), a maior fidedignidade e representatividade dos dados decide-se por utilizar não os dados intermediários e finais e sim os consolidados. Estes estariam disponíveis na SUSEP até o ano de 2013, sendo este grupo utilizado para fins do presente estudo.

4. RESULTADOS

4.1 Previsão de reservas das empresas analisadas

4.1.1 Porto Seguro

Os dados relativos aos demonstrativos da Porto Seguro podem ser sumarizados conforme a Tabela 02. Estas já foram organizadas conforme padrão teoricamente estabelecido e formato no qual os dados devem ser inseridos no R.

Tabela 02 – Triângulo de *Run-off* da Porto Seguro entre os anos de 2006 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento							
	0	1	2	3	4	5	6	7
2006	361,9	124,7	94,9	89,5	93,8	64,5	64,9	47,2
2007	364,4	111,3	104	111	75,2	76,5	54,8	NA
2008	311	126,6	134,8	87,6	91,8	66,5	NA	NA
2009	335,8	160,2	106,7	112,2	84,9	NA	NA	NA
2010	431,7	124,8	130,8	100,5	NA	NA	NA	NA
2011	482,7	158,1	120,2	NA	NA	NA	NA	NA
2012	484,6	140,2	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2013	542,8	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

A parte inferior da matriz não está completa, sendo alvo das predições realizadas pelo modelo. Uma vez aplicado o modelo de Mack, em tais dados, o triângulo completo ficaria conforme a Tabela 03.

Tabela 03 – Matriz completa após aplicação do *Chain Ladder* para dados da Porto Seguro entre os anos de 2006 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento							
	0	1	2	3	4	5	6	7
2006	361,9	124,7	94,9	89,5	93,8	64,5	64,9	47,2
2007	364,4	111,3	104,0	111,0	75,2	76,5	54,8	39,9
2008	311,0	126,6	134,8	87,6	91,8	66,5	56,5	41,1
2009	335,8	160,2	106,7	112,2	84,9	67,5	57,3	41,7
2010	431,7	124,8	130,8	100,5	86,8	69,1	58,6	42,6
2011	482,7	158,1	120,2	105,4	91,0	72,4	61,5	44,7
2012	484,6	140,2	120,3	105,5	91,1	72,5	61,5	44,7
2013	542,8	185,2	158,9	139,4	120,3	95,7	81,3	59,1

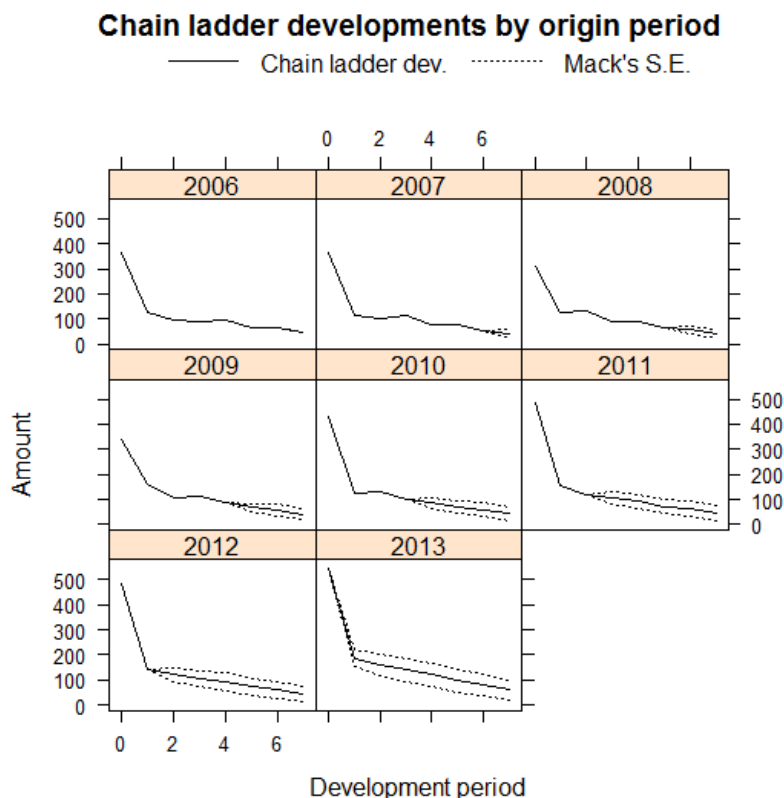
Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

As previsões realizadas completam então a parte inferior da matriz, onde pode-se ter a resposta do valor esperado de cada ano de origem a cada ano de desenvolvimento até o ano de origem e desenvolvimento limite.

A evolução dos valores no período de desenvolvimento de cada ano aliadas a previsão e erro padrão estimado pode ser verificado a partir da Figura 08.³

³ A figura apresenta os períodos de desenvolvimento por período de origem para o *Chain Ladder* através o conjunto dos gráficos de desenvolvimento e valores de reserva incluindo a previsão e erro padrão estimado por ano. Os valores reais e previstos estão representados pela linha em preto e os erros padrão pela linha pontilhada.

Figura 08 – Evolução dos valores originais, predição e erro padrão estimado a partir do *Chain Ladder* para dados da Porto Seguro entre 2006 e 2013.



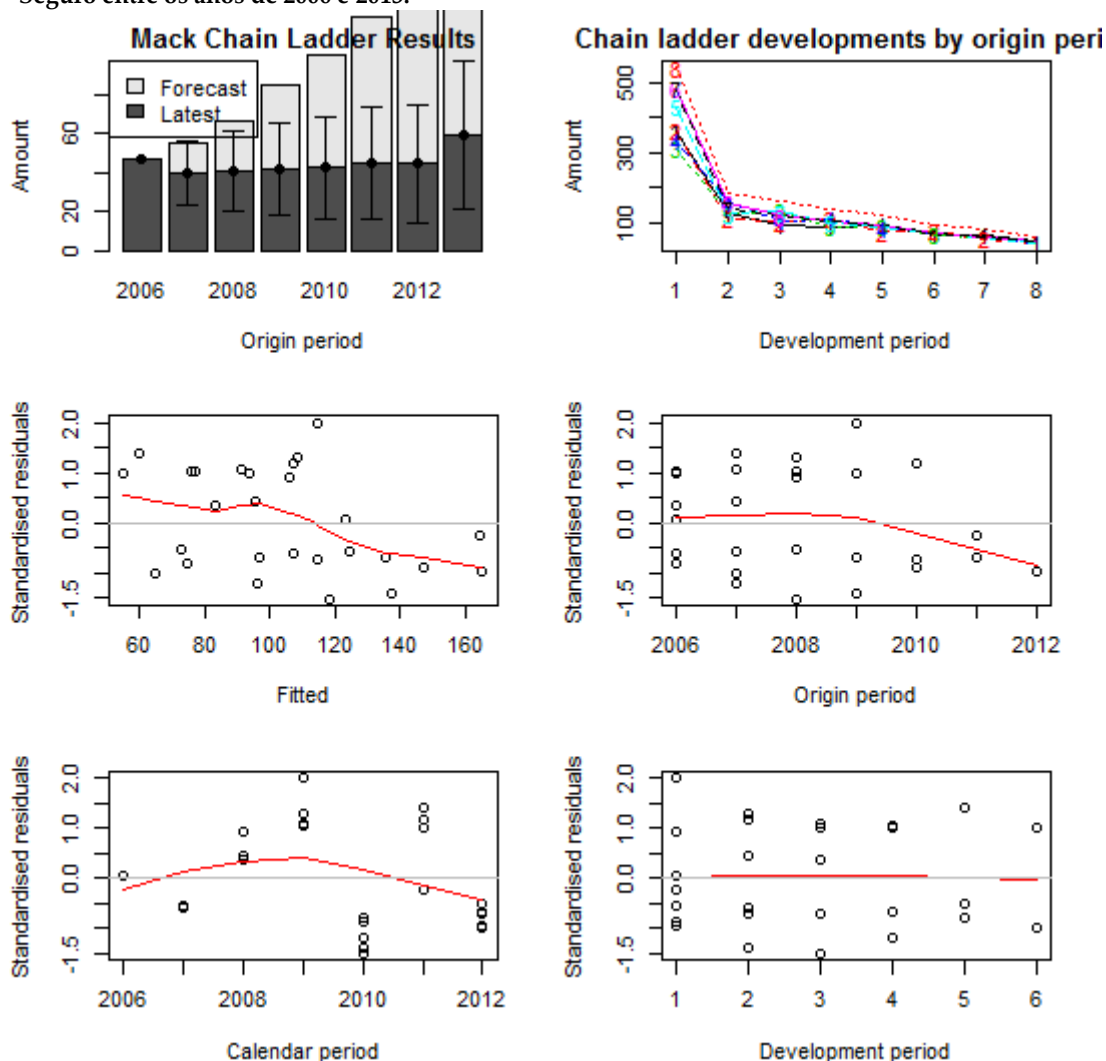
Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Observa-se que o padrão dos dados preditos de fato segue o padrão até então observado e que quanto mais recente o ano mais o erro padrão estimado pelo modelo de Mack se expande, o que é natural, visto que quanto mais recente o período, menos informações estarão disponíveis no triângulo para se calcular a predição. Os pressupostos devem ainda ser testados e pode-se fazê-lo através da Figura 09.⁴

Se os pressupostos estivessem válidos os resíduos padronizados quando comparados aos valores ajustados deveriam constituir um gráfico de aparência aleatória, contudo, se percebe evidência de heterocedasticidade com um padrão decrescente nos dados similar (porém significativamente mais sutil) ao padrão encontrado por Barnett e Zehnwirth (2000) ao utilizar dados de Mack (1994). Segundo os autores, este tipo de formato pode indicar que os valores mais altos poderiam estar superavaliados e os mais baixos subavaliados. Sugere-se então uma possível transformação nos dados que corrija a heterocedasticidade encontrada nos resíduos.

⁴A partir da figura, tem-se 6 (seis) gráficos que auxiliam nos testes de pressupostos. O primeiro deles apresenta os resultados do *Chain Ladder* demonstrando as previsões e valores originais de acordo com os valores de reserva e período de origem enquanto que o segundo demonstra os valores de reserva por período de desenvolvimento. Os quatro gráficos seguintes trabalham com os resíduos padronizados analisando-os quanto ao seu ajustamento, ao período de origem, período de calendário e desenvolvimento respectivamente.

Figura 09 – Gráficos para testes de pressupostos do modelo de Mack para dados relativos a Porto Seguro entre os anos de 2006 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

4.1.2 Itaú Seguros

O Itaú Seguros foi a empresa com o menor banco de dados dentre as analisadas. Tem-se tanto poucos anos de origem quanto períodos de desenvolvimento, de forma que, sabe-se que a falta de dados pode vir a dificultar a previsão ao aplicar-se o modelo. A Tabela 04 demonstra os dados obtidos dos demonstrativos consolidados de 2013 pela SUSEP.

Tabela 04 – Triângulo de *run-off* da Itaú Seguros entre os anos de 2009 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento				
	0	1	2	3	4
2009	1.299.192	1.308.682	1.310.268	1.320.575	1.328.501
2010	1.758.652	1.946.178	1.942.077	2.035.338	NA
2011	1.393.894	1.570.805	1.496.876	NA	NA
2012	2.186.663	2.117.123	NA	NA	NA
2013	2.474.588	NA	NA	NA	NA

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

De posse de tais dados pode-se realizar a previsão conforme o *Chain Ladder* obtendo-se a Tabela 05.

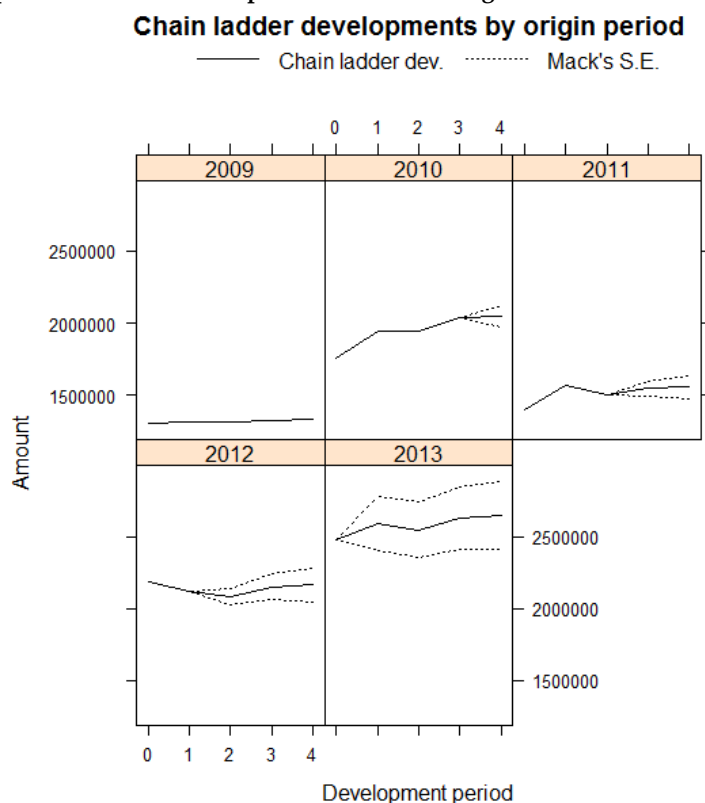
Tabela 05 – Matriz completa após aplicação do *Chain Ladder* para dados da Itaú Seguros entre os anos de 2009 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento				
	0	1	2	3	4
2009	1.299.192	1.308.682	1.310.268	1.320.575	1.328.501
2010	1.758.652	1.946.178	1.942.077	2.035.338	2.047.554
2011	1.393.894	1.570.805	1.496.876	1.544.543	1.553.813
2012	2.186.663	2.117.123	2.083.585	2.149.935	2.162.839
2013	2.474.588	2.588.054	2.547.056	2.628.165	2.643.939

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Os resultados preditos aparentam estar seguindo o resultado até então observado. Tais resultados podem ser observados graficamente, em conjunto com o erro padrão da previsão, através da Figura 10.

Figura 10 - Evolução dos valores originais, predição e erro padrão estimado a partir do *Chain Ladder* para dados da Itaú Seguros entre 2009 e 2013.

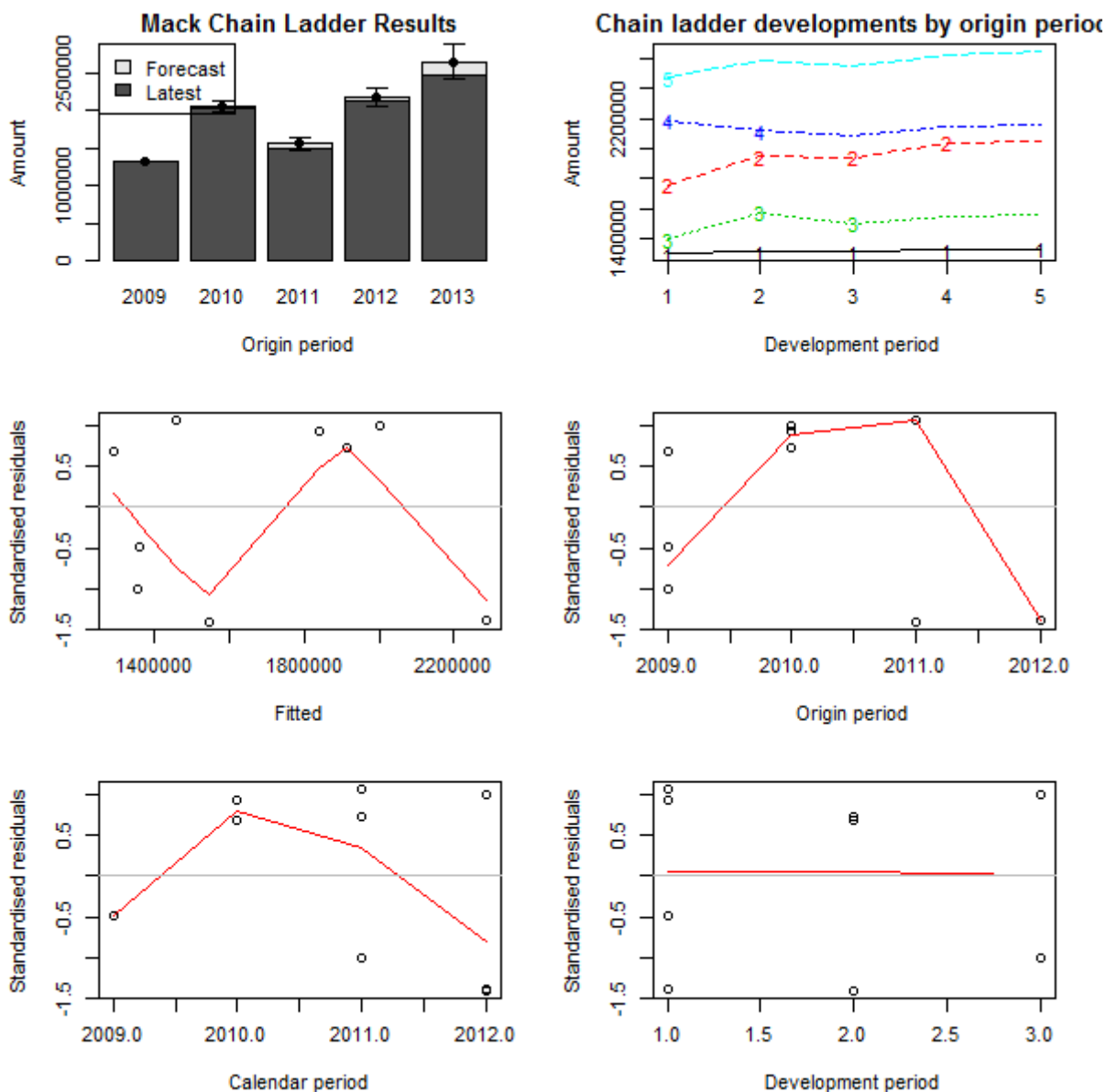


Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

O padrão observável trata-se, em geral, de uma oscilação sutil nos três anos iniciais entre períodos de crescimento e decrescimento respectivamente, tendo-se apenas uma continuidade no último período onde novamente encontra-se momento de fraco crescimento. Este padrão se repete não apenas no período de desenvolvimento de todos os anos de origem como também nos períodos previstos, de forma que aparentemente exista um padrão nos dados que se confirma na predição.

Para analisar os pressupostos, pode-se analisar a Figura 11. Neste caso o teste de pressupostos fica severamente comprometido uma vez em que se tem poucos dados dificultando-se a observação de uma possível existência de tendências nos dados. Sugere-se assim um aumento da base dados, talvez utilizando dados de outras fontes, ou a aplicação de outra metodologia, como por exemplo o *Bootstrap*, que permita simulações de prováveis novos valores.

Figura 11 – Gráficos para testes de pressupostos do modelo de Mack para dados relativos a Itaú Seguros entre os anos de 2009 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

4.1.3. Grupo Banco do Brasil-Mapfre

Os dados relativos ao grupo Banco do Brasil-Mapfre de acordo com a SUSEP (2015) podem ser sumarizados na Tabela 06.

Tabela 06 – Triângulo de *run-off* do grupo Banco do Brasil-Mapfre entre os anos de 2007 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento						
	0	1	2	3	4	5	6
2007	1.040.061	1.409.318	1.340.680	1.334.688	1.338.765	1.341.709	1.336.429
2008	1.171.666	1.251.684	1.270.749	1.278.913	1.287.823	1.281.648	NA
2009	1.247.860	1.281.316	1.335.949	1.335.187	1.328.055	NA	NA
2010	1.494.010	1.567.301	1.601.149	1.572.289	NA	NA	NA
2011	1.944.459	2.055.197	2.024.123	NA	NA	NA	NA
2012	2.690.130	2.530.550	NA	NA	NA	NA	NA
2013	2.252.039	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Após a aplicação do *Chain Ladder*, tem-se que o a matriz obtida a partir do triângulo de *run-off* pode ser representada na Tabela 7.

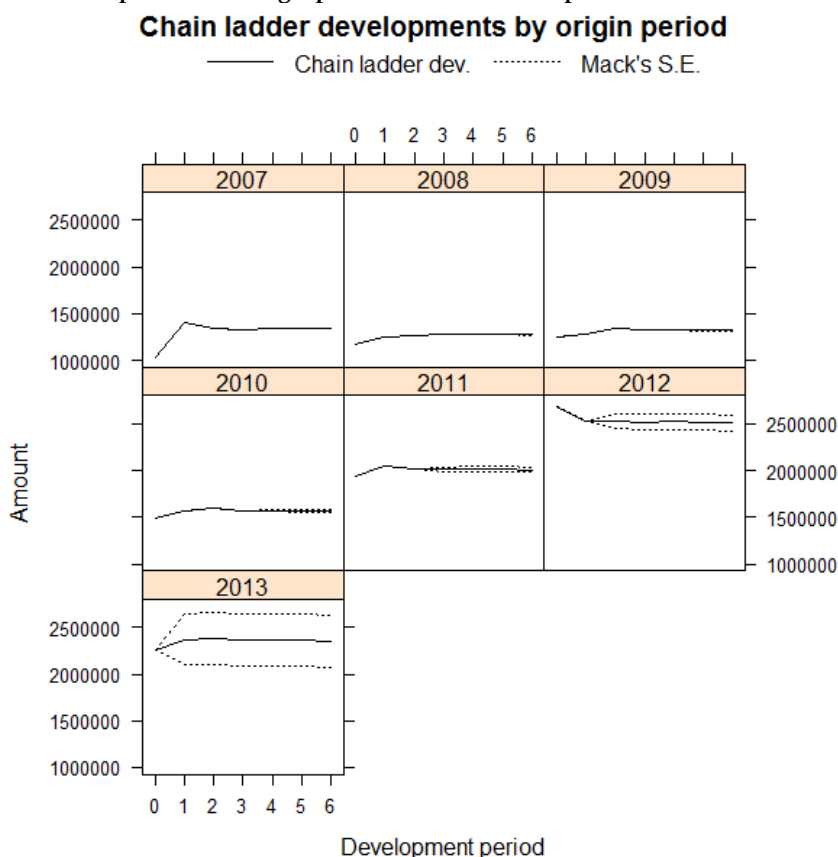
Tabela 7 – Matriz completa após aplicação do *Chain Ladder* para dados do grupo Banco do Brasil Mapfre entre os anos de 2007 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento						
	0	1	2	3	4	5	6
2007	1.040.061	1.409.318	1.340.680	1.334.688	1.338.765	1.341.709	1.336.429
2008	1.171.666	1.251.684	1.270.749	1.278.913	1.287.823	1.281.648	1.276.604
2009	1.247.860	1.281.316	1.335.949	1.335.187	1.328.055	1.326.421	1.321.202
2010	1.494.010	1.567.301	1.601.149	1.572.289	1.574.620	1.572.683	1.566.494
2011	1.944.459	2.055.197	2.024.123	2.014.109	2.017.096	2.014.614	2.006.686
2012	2.690.130	2.530.550	2.533.171	2.520.638	2.524.376	2.521.271	2.511.349
2013	2.252.039	2.371.164	2.373.619	2.361.876	2.365.378	2.362.469	2.353.172

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Para analisar os valores no período de desenvolvimento de cada ano, aliadas a previsão e erro padrão estimado pode-se analisar a Figura 12.

Figura 12 – Evolução dos valores originais, predição e erro padrão estimado a partir do *Chain Ladder* para dados do grupo Banco do Brasil-Mapfre entre 2007 e 2013.

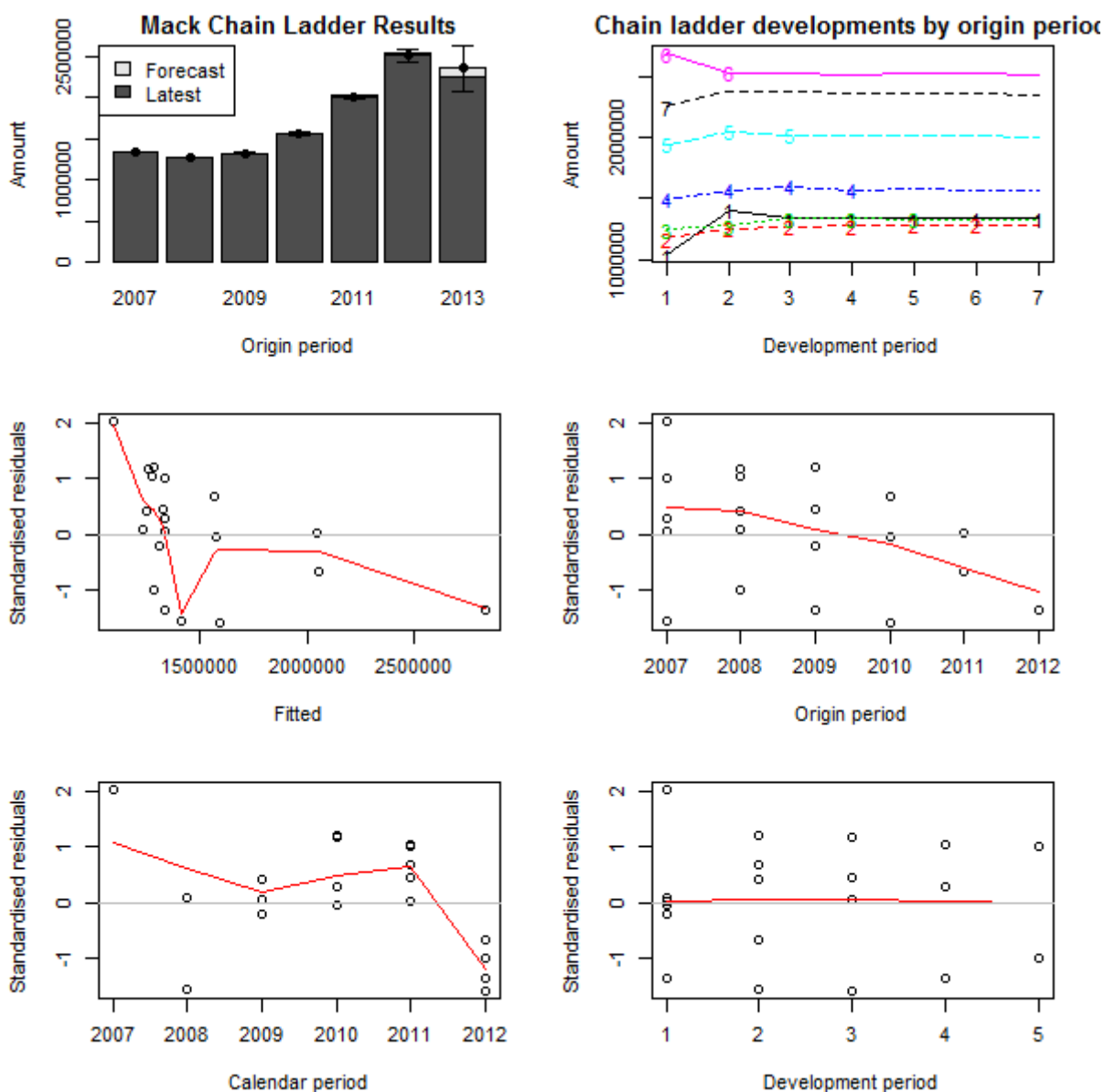


Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

As previsões aparentam seguir os padrões observados nos dados básicos com um aumento significativo do erro padrão no correr dos anos (especialmente os iniciais, mostrando mais estáveis ao final), o que faria sentido uma vez em que a quantidade de dados diminui no transcorrer dos anos de origem.

Os pressupostos do modelo podem ser analisados a partir da Figura 13.

Figura 13 – Gráficos para testes de pressupostos do modelo de Mack para dados relativos ao grupo Banco do Brasil-Mapfre entre os anos de 2007 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Um gráfico que aparenta estar afetado é o de período de calendário. Para Gerigk (2004) se todos os pressupostos do modelo estão corretos então deve haver apenas “ruídos brancos” nos dados, contudo o que se observa no gráfico do período de calendário é uma falha no pressuposto de linearidade, havendo um padrão à medida em que o ano de calendário aumenta.

Outro motivo que reforça a importância de trabalhar a não linearidade causada pela influência do ano de calendário é o fato dos anos de 2009 e 2012 sofrerem do efeito “ano de calendário”. Este, seria um efeito que faz com que o *Chain Ladder* utilize razões sistematicamente muito altas a cada período de desenvolvimento uma vez em que todos os resíduos tenham o mesmo sinal para um dado ano de calendário (GERIGK, 2004). Seria então necessário a incorporação ao modelo de uma função não linear para explicar a influência do ano de calendário nos dados.

4.1.4. Bradesco Seguros

Os dados obtidos da Bradesco Seguradora a partir da SUSEP (2015) podem ser analisados a partir da Tabela 08.

Tabela 08 – Triângulo de run-off da Bradesco Seguros entre os anos de 2005 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2005	2.839.803	2.733.490	2.676.594	2.659.617	2.656.479	2.663.882	2.660.242	2.656.975	2.665.574
2006	2.322.026	2.234.546	2.190.605	2.190.001	2.188.530	2.189.818	2.193.039	2.205.311	NA
2007	2.479.524	2.404.988	2.369.687	2.369.694	2.377.743	2.374.412	2.386.696	NA	NA
2008	1.971.633	1.938.101	1.933.651	1.935.842	1.941.090	1.939.083	NA	NA	NA
2009	2.943.736	2.947.302	2.945.137	2.936.748	2.973.503	NA	NA	NA	NA
2010	3.411.961	3.400.751	3.399.401	3.405.135	NA	NA	NA	NA	NA
2011	3.830.633	3.807.330	3.785.759	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2012	4.363.115	4.255.065	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
2013	4.324.045	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

De posse da Tabela 08, pode-se calcular o restante da matriz (*Chain Ladder*), como Tabela 09.

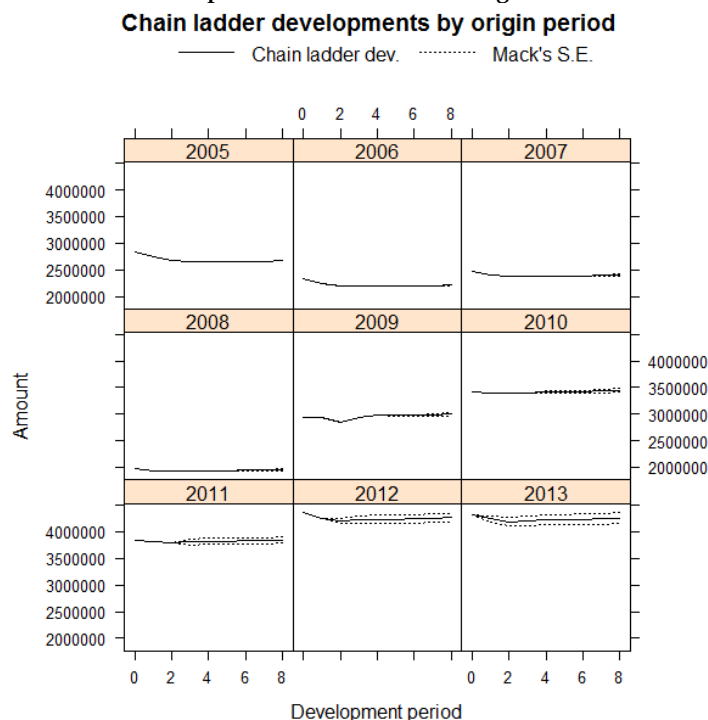
Tabela 09 – Matriz completa após aplicação do *Chain Ladder* para dados da Bradesco entre os anos de 2005 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2005	2.839.803	2.733.490	2.676.594	2.659.617	2.656.479	2.663.882	2.660.242	2.656.975	2.665.574
2006	2.322.026	2.234.546	2.190.605	2.190.001	2.188.530	2.189.818	2.193.039	2.205.311	2.212.448
2007	2.479.524	2.404.988	2.369.687	2.369.694	2.377.743	2.374.412	2.386.696	2.391.124	2.398.863
2008	1.971.633	1.938.101	1.933.651	1.935.842	1.941.090	1.939.083	1.942.266	1.945.870	1.952.167
2009	2.943.736	2.947.302	2.945.137	2.936.748	2.973.503	2.974.591	2.979.474	2.985.002	2.994.663
2010	3.411.961	3.400.751	3.399.401	3.405.135	3.417.932	3.419.183	3.424.795	3.431.150	3.442.254
2011	3.830.633	3.807.330	3.785.759	3.805.863	3.820.166	3.821.564	3.827.837	3.834.939	3.847.351
2012	4.363.115	4.255.065	4.197.015	4.219.303	4.235.160	4.236.709	4.243.664	4.251.538	4.265.297
2013	4.324.045	4.245.150	4.187.235	4.209.472	4.225.291	4.226.837	4.233.776	4.241.631	4.255.359

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Uma vez predito tais valores, pode-se analisar a evolução dos valores no período de desenvolvimento de cada ano aliadas a previsão e erro padrão estimado a partir da Figura 14.

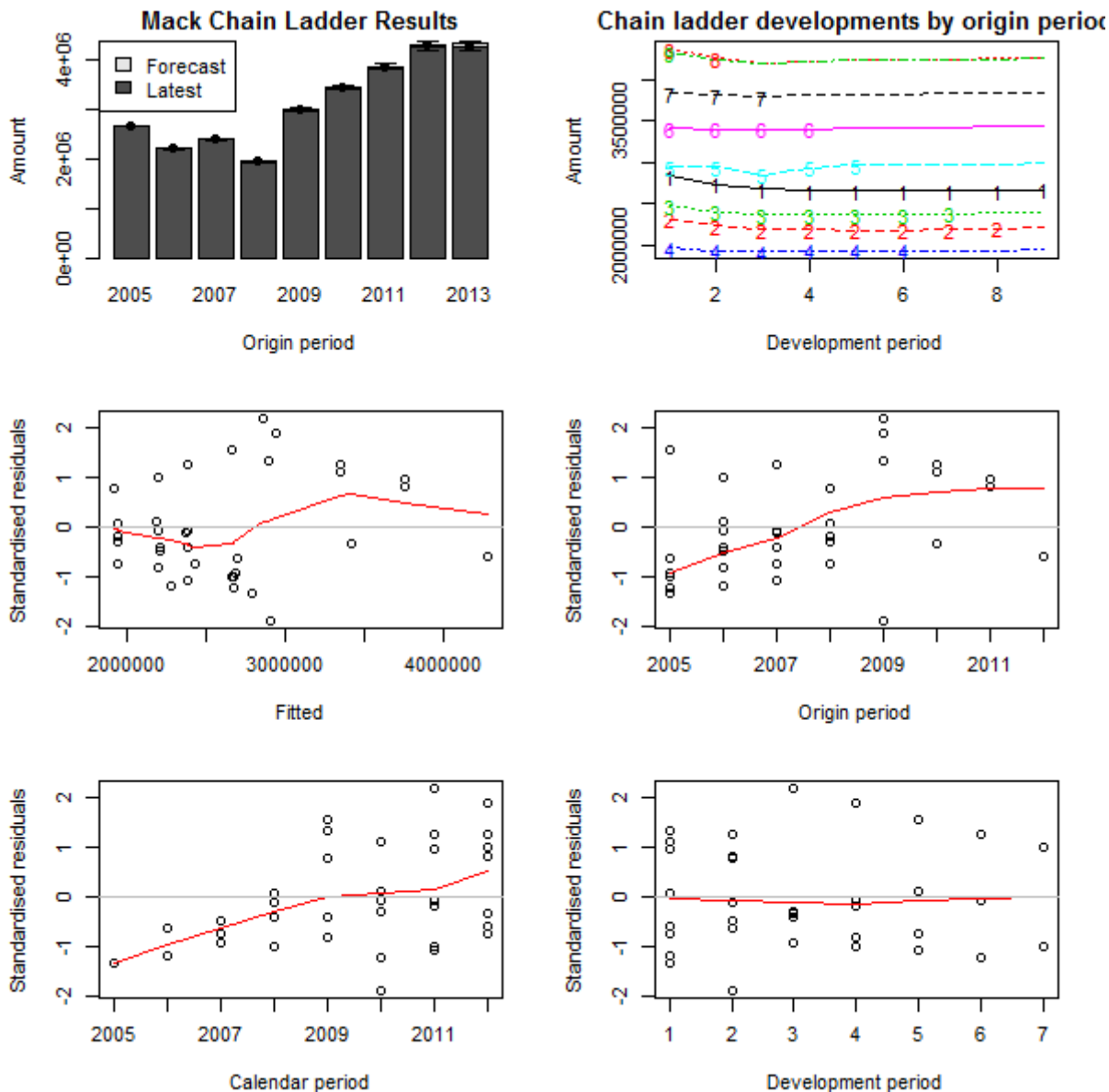
Figura 14 – Evolução dos valores originais, predição e erro padrão estimado a partir do *Chain Ladder* para dados da Bradesco Seguros entre 2005 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Novamente o padrão mantém-se nos valores preditos, contudo, agora com um erro padrão estimado menor que o observado nos dados anteriores, podendo-se esperar maior certeza quanto aos resultados caso os pressupostos sejam seguidos, como podem ser analisados na Figura 15.

Figura 15 – Gráficos para testes de pressupostos do modelo de Mack para dados relativos a Bradesco Seguros entre os anos de 2005 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Nos casos analisados das demais seguradoras, algumas quebras sutis de pressupostos apareceram, suscitando dúvidas que poderiam ser sanadas com um teste formal, como os descritos por Novo (2008). No caso da Bradesco, entretanto, tem-se uma forte falha no pressuposto de independência dos resíduos, podendo inviabilizar o uso do modelo para o presente caso. Tem-se claramente uma tendência ascendente no gráfico que representa o período de origem e o período de calendário. Sabe-se, entretanto, que dentre as três direções (período de origem, período de desenvolvimento e período de calendário) tem-se apenas duas independentes, o período de desenvolvimento e o período de origem, sendo que o período de calendário seria afetado por tendências em qualquer uma das duas direções (BARNETT; ZEHNWIRTH, 2000). Sendo assim, o efeito verificado no período de calendário pode estar de ligado à forte tendência observada no gráfico do período de origem.

Para Lloyd's (2014) seria um desafio lidar com relacionamentos tais quais observados entre os dados e os anos de origem. Para tal, informa que a maioria das abordagens utiliza o *bootstrap*, afirmando que esta implicitamente contabiliza as dependências com os anos de origem, sendo assim, ela provavelmente seria a mais apropriada para lidar com os dados oriundos da Bradesco.

4.1.5 Allianz Seguros

Os dados da Allianz obtidos a partir das demonstrações consolidadas da SUSEP (2015) podem ser observados a partir da Tabela 10.

Tabela 10 – Triângulo de *run-off* da Allianz Seguros entre os anos de 2008 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento					
	0	1	2	3	4	5
2008	703.341	779.616	782.516	781.051	783.950	785.797
2009	931.657	983.376	992.877	998.628	1.007.582	NA
2010	925.153	974.909	975.660	959.870	NA	NA
2011	1.210.338	1.264.803	1.277.309	NA	NA	NA
2012	1.627.370	1.796.225	NA	NA	NA	NA
2013	1.973.096	NA	NA	NA	NA	NA

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

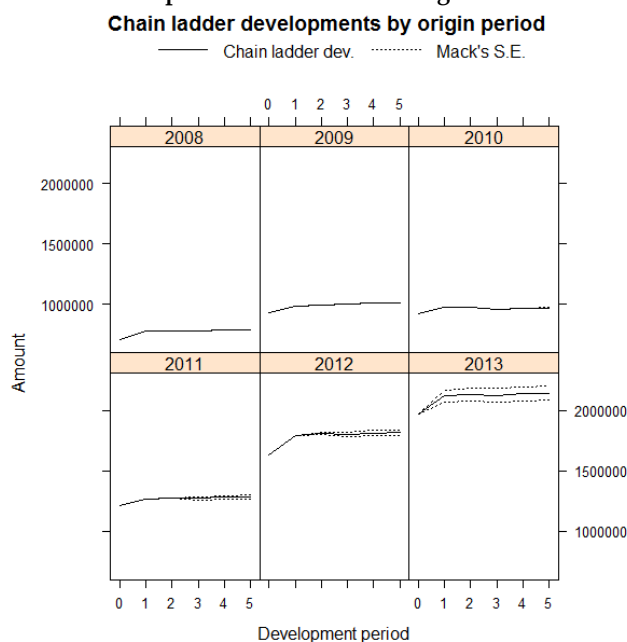
De posse dos dados da empresa organizadas conforme um triângulo de *run-off* pode-se aplicar o *Chain Ladder* obtendo-se a Tabela 11. Com esses dados, assim como o erro padrão de previsão, podem ser organizados de forma gráfica, facilitando sua análise, conforme Figura 16.

Tabela 11 – Matriz completa após aplicação do *Chain Ladder* para dados da Allianz Seguros entre 2008 e 2013.

Origem	Anos de Desenvolvimento					
	0	1	2	3	4	5
2008	703.341	779.616	782.516	781.051	783.950	785.797
2009	931.657	983.376	992.877	998.628	1.007.582	1.009.955,9
2010	925.153	974.909	975.660	959.870	966.262,9	968.539,4
2011	1.210.338	1.264.803	1.277.309	1.271.968	1.280.439,3	1.283.456
2012	1.627.370	1.796.225	1.807.739	1.800.180	1.812.169,3	1.816.438,8
2013	1.973.096	2.119.700	2.133.288	2.124.367	2.138.516	2.143.554,3

Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

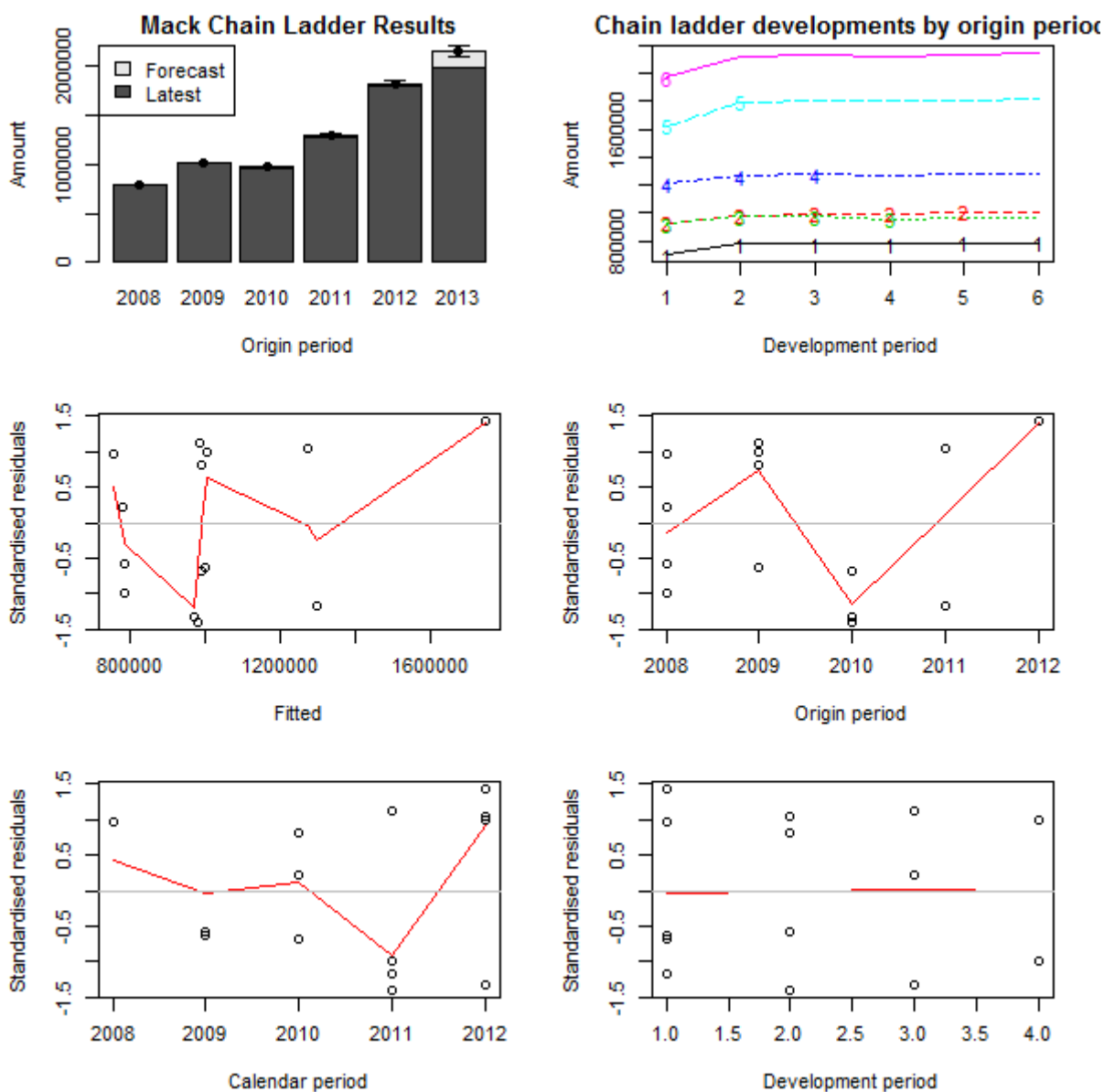
Figura 16 – Evolução dos valores originais, predição e erro padrão estimado a partir do *Chain Ladder* para dados da Allianz Seguros entre 2008 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

O padrão é em geral de estabilidade, havendo uma tendência ascendente apenas nos anos de desenvolvimento iniciais. Seus pressupostos podem ser testados a partir da Figura 17.

Figura 17 – Gráficos para testes de pressupostos do modelo de Mack para dados relativos a Allianz Seguros entre os anos de 2008 e 2013.



Fonte dos dados básicos: SUSEP (2015).

Os gráficos em análise não aparentam nenhuma tendência de forma que não haveria indicativo de violação de pressupostos, podendo-se confiar nas previsões da Allianz obtidas pelo *Chain Ladder*.

5. CONCLUSÃO

O cômputo de reservas assume grande importância sendo mesmo considerada uma função de extrema importância para o atuário. Inúmeras metodologias, como o Munich e Bootstrap-chain-ladder, podem ser utilizadas para tal, sendo que o método mais difundido no mercado é o *Chain Ladder* que, em sua versão original, seria determinístico.

Diversos autores tentaram trazer um arcabouço estocástico para o modelo, porém findaram desenvolvendo novas metodologias, cabendo a Mack (1993) o desenvolvimento de um arcabouço

estocástico para o *Chain Ladder*, mantendo um valor idêntico de reservas, mas com uma medida sem dispersão e sem assumir quaisquer distribuições para as observações do triângulo de *run-off*. Tal modelo foi então escolhido para utilização nesta pesquisa.

As empresas analisadas foram as vencedoras do ranking do Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros no Estado de São Paulo (SINCOR-SP) em cada critério (total, automóveis, patrimonial, pessoas, riscos financeiros, transportes, saúde e demais ramos) sendo estas as seguradoras: Bradesco, Porto Seguro, Itaú, Allianz e Banco do Brasil-Mapfre.

As projeções apresentaram erros padrões inicialmente baixos, mas, crescentes no correr dos anos, o que corresponderia a diminuição gradual da quantidade de dados que se teria a cada ano. A empresa cujos dados apresentaram um menor erro padrão de previsão foi a Bradesco, contudo, esta não seria uma estimacão confiável, uma vez em que o modelo não se ajustou bem ao conjunto de dados, havendo uma forte quebra do pressuposto de independência dos resíduos. O modelo *Chain Ladder* na abordagem de Mack não seria então um modelo adequado para tal conjunto de dados, sugerindo-se futuramente para estes a aplicação do *bootstrap*, método amplamente utilizado para lidar com tais situações.

A Porto Seguro também apresentou uma falha de pressuposto, seus resíduos seriam heterocedásticos com um padrão decrescente. Contudo, para esta, os dados poderiam ser adequados ao modelo a partir de uma transformação destes, não sendo aqui necessária a utilização de uma nova metodologia para cálculo de reservas.

Já no caso grupo Banco do Brasil-Mapfre observou-se uma falha do pressuposto de linearidade, havendo um padrão decrescente a medida em que o ano de calendário aumenta. Uma metodologia apropriada para lidar com tal relação seria a incorporação ao modelo de uma função não linear para explicar a influência do ano de calendário nos dados.

A única empresa para qual o modelo se ajustou sem falha de pressupostos é a Allianz, sendo que, nos dados da Itaú, não se pode obter resultados conclusivos quanto aos pressupostos em virtude na falta de dados, sugerindo-se para tal o uso de um demonstrativo que proporcione mais dados ou uma metodologia que permita simulações de prováveis novos valores.

No que tange as limitações, o presente estudo limita-se por apenas sugerir possíveis correções para adequabilidade do modelo aos dados, não as realizando como forma de obter-se a melhor predição possível assim como pelo curto lapso temporal que talvez viesse a estimacão. Recomenda-se então para futuros trabalhos a análise mais aprofundada de tais pressupostos e a correção dos mesmos, caso confirmados, para não apenas demonstrar a utilização do modelo *Chain Ladder* (conforme objetivado pelo presente estudo), mas também realizar a melhor previsão possível de tais reservas.

REFERÊNCIAS

ALBA, Enrique de; BONILLA, Roberto. Un Modelo Para el Tratamiento de Valores Negativos en el Triángulo de Desarrollo Utilizado en la Estimación de Reservas para SONR. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF ACTUARIES, 27., 2002, Cancún. *Anais...* Cancún: International Congress Of Actuaries, 2002.

ALVES, Ana Margarida Coelho. *Provisões para sinistros: estudo no mercado segurador português*. 2011. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Estatística e Gestão da Informação, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2011.

- ARAÚJO, Fernando Augusto Freitas de. Operações de Microseguros numa seguradora. In: CONTADOR, Cláudio (Ed.). *Microseguros: Série Pesquisas volume 2*. Rio de Janeiro: Funenseg, 2010. Cap. 6. p. 349-386.
- ATHERINO, Rodrigo Simões. *Estimação de Reservas IBNR por Modelos em Espaço de Estado: Empilhamento por Linhas do Triângulo Runoff*. 2008. 59 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- BARNETT, Glen; ZEHNWIRTH, Ben. Best estimates for Reserves. In: CASUALTY ACTUARIAL SOCIETY, Não use números Romanos ou letras, use somente números Arábicos., 2000, [s.l.]. *Proceedings of the Casualty Actuarial Society*. [s.l.]: Casualty Actuarial Society, 2000. p. 245 - 321.
- CARRATO, Alessandro et al. *Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.0 Package Vignette*. Disponível em: <http://cran.r-project.org/web/packages/ChainLadder/vignettes/ChainLadder.pdf>. Acesso em: 30 maio 2015.
- CARVALHO, Ana Isabel Victor de. *Modelos Estocásticos em Provisões para Sinistros*. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2010.
- CONCEIÇÃO, Cláudia Sofia Ribeiro da. *Modelos Determinísticos e Estocásticos Aplicados ao Cálculo de Provisões para Sinistros*. 2014. 110 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Matemática e Aplicações no ramo actuariado, estatística e investigação operacional, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2014.
- GERIGK, Erasmus. The Mack-Method and Analysis of Variability. In: ACCIDENT COMPENSATION SEMINAR, 2004, Sydney. *The Mack-Method and Analysis of Variability*. Sydney: Institute of Actuaries of Australia, 2004. p. 1 - 35.
- LLOYD'S. *Solvency II Model validation guidance*. 2014. Disponível em: [http://www.lloyds.com/~media/files/the market/operating at lloyds/solvency ii/2014 guidance/model validation guidance april 2014 v1.pdf](http://www.lloyds.com/~media/files/the%20market/operating%20at%20lloyds/solvency%20ii/2014%20guidance/model%20validation%20guidance%20april%202014%20v1.pdf). Acesso em: 01 jun. 2015.
- MACK, Thomas. Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates. *Astin Bulletin*, [s.l.], v. 23, n. 2, p. 213-225, nov. 1993.
- MACK, Thomas. Which stochastic model is underlying the chain ladder method? *Insurance: Mathematics and Economics*, [s.l.], v. 15, n. 2, p. 133-138, dez. 1994.
- NOVO, Tânia Sofia Marques. *Análise do Risco de Subscrição no Âmbito do Projecto Solvência II*. 2008. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Matemática e Aplicações - Actuariado, Estatística e Investigação Operacional, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2008.
- POUSINHO, André Pereira. *Modelos lineares generalizados tweedie aplicados ao cálculo de provisões para sinistros*. 2013. 52 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Decisão Económica e Empresarial, Instituto Superior de Economia e Gestão, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa, 2013.

- RODÓN, E. O. O.; MURAKAMI, A. E.; SAKAGUTI, E. S. Modelagem Computacional para Produção e Pesquisa em Avicultura. *Revista Brasileira de Ciência Avícola*, [s. L.], v. 4, n. 1, p. 199-207, mar. 2002.
- SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES Estera Muszkat. *Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação*. 4. ed. rev. atual. Florianópolis: UFSC, 2005.
- SINCOR-SP. *Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros no Estado de São Paulo (SINCOR-SP)*. Disponível em: <http://www.sincor.org.br/>. Acesso em: 30 maio 2015.
- SOUSA, Nilsa Fonseca. *Método de Bootstrap e Teoria da Credibilidade na Estimativa das Provisões para Sinistros*. 2011. 68 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Matemática e Aplicações, no Ramo Actuariado, Estatística e Investigação Operacional, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2011.
- SUSEP. *Superintendência de Seguros Privados*. Disponível em: <http://www.susep.gov.br/>. Acesso em: 30 maio 2015.
- WEINDORFER, Bjorn. A practical guide to the use of the chain-ladder method for determining technical provisions for outstanding reported claims in non-life insurance. *Working Paper*, Viena, n. 77, p.1-25, out. 2012.
- ZAMBERLAN, Luciano. *Pesquisa de Mercado*. Ijuí: Unijuí, 2008.