

**PROCESSO DE RUÍNA FINITO: UM ESTUDO DE CASO  
NA SAÚDE SUPLEMENTAR NO BRASIL <sup>1</sup>**

*FINITE RUIN PROCESS: A CASE STUDY ON  
SUPPLEMENTARY HEALTH IN BRAZIL*

**Marcelo Coelho de Sá<sup>2</sup>**

Mestre em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN)

Professor da Universidade Federal de Sergipe (UFS)

[mcs.atuarial@gmail.com](mailto:mcs.atuarial@gmail.com)

**José Nazareno Maciel Júnior**

Mestre em Economia pela Universidade Federal do Ceará (UFC)

Atuário Senior na UNIMED Fortaleza

[nazareno\\_junior@hotmail.com](mailto:nazareno_junior@hotmail.com)

**Luciana Moura Reinaldo**

Mestranda em Estatística pela Universidade de Brasília (UnB)

Professora da Universidade Federal do Ceará (UFC)

[luciana.atuaria@gmail.com](mailto:luciana.atuaria@gmail.com)

**RESUMO**

**Objetivo:** Aferir a probabilidade de ruína de uma operadora de plano de saúde no horizonte finito de dez anos.

**Fundamento:** Tendo em vista que a legislação vigente exige que as operadoras de plano de saúde devam garantir, a todo o tempo, o cumprimento das responsabilidades financeiras assumidas, observa-se no setor um expressivo aumento do número de empresas que entraram em estado de insolvência.

**Métodos:** Por meio da simulação de Monte Carlo, verificaram-se os impactos com as flutuações das seguintes variáveis aleatórias: geração e aumento dos custos assistenciais, geração e aumento das despesas administrativas e aumento da reserva de risco. Além disso, criaram-se cenários propondo dois reajustes dos prêmios, 10% e 13% a.a., a fim de verificar a sensibilidade nos resultados finais.

**Resultados:** Os resultados, após simulações, exibem as probabilidades de insolvência calculadas ao longo dos anos, sendo a chance da operadora ir à bancarrota nos próximos dez anos de 99,28% e 49,68%, respectivamente.

<sup>1</sup> Artigo recebido em: 15/09/2016. Revisado por pares em: 28/12/2016. Reformulado em: 06/03/2017. Recomendado para publicação em: 09/03/2017 por Luiz Felipe de Araújo Pontes Girão (Editor Geral). Publicado em: 29/03/2017. Organização responsável pelo periódico: UFPB.

Artigo premiado como melhor trabalho do II Seminário de Ciências Contábeis e Atuariais da UFPB.

<sup>2</sup> Endereço: Av. Marechal Rondon, s / n - Jd. Rosa Elze, São Cristóvão - SE, 49100-000.

DOI: <http://dx.doi.org/10.18405/recfin20170206>

**Conclusões:** Os resultados encontrados neste estudo reforçam a importância dos gestores da empresa aferirem de forma antecipada o impacto de ações estratégicas para a manutenção da solvência da operadora.

**Contribuições:** Este estudo consistiu em um marco para futuras aplicações da Simulação de Monte Carlo para o cálculo da probabilidade de ruína, com variações não somente no reajuste dos prêmios, mas no custo assistencial, na despesa administrativa, na reserva de risco, no reajuste dos prêmios, no aumento de custos assistenciais, no aumento de despesas administrativas e no rendimento da reserva de risco.

**Palavras-chave:** Probabilidade de Ruína. Saúde Suplementar. Simulação de Monte Carlo.

## ABSTRACT

**Objective:** This paper aims to assess the probability of ruin of a health insurance company in a finite period of ten years.

**Background:** Considering that the current legislation requires that health insurance companies must guarantee compliance with their financial responsibilities at all times, there is a significant increase in the number of companies that have entered into a state of insolvency.

**Methods:** The simulation of Monte Carlo was used in order to verify the impacts on the fluctuations of the following random variables: generation and increase in healthcare costs, generation and increase in administrative expenditure and increase in risk reserve. In addition, scenarios were created by proposing two adjustments of the premiums, 10% and 13% p.a. in order to verify the alterations to the final results.

**Results:** The results, after simulations, show the probability of insolvency calculated over the years, being the chance of the company's bankruptcy of 99.28% and 49.68%, respectively, in the next ten years.

**Conclusions:** The results found in this study reinforce that it is important for the company managers to assess, in advance, the impact of strategic actions to maintain the solvency of the company.

**Contributions:** This study is considered a reference for future applications of the Simulation of Monte Carlo for the calculation of the probability of ruin, with variations not only in the adjustment of the premiums, but also in the healthcare costs, in the administrative expenditure, in the risk reserve, in the adjustment of the premiums, in the adjustment of the healthcare costs, in the adjustment of the administrative expenditure and in the income of the risk reserve.

**Keywords:** Probability of Ruin. Supplementary Health. Monte Carlo Simulation.

## 1 INTRODUÇÃO

A insolvência das empresas é um fenômeno amplamente estudado pela comunidade científica, com várias perspectivas, seja a questão da previsão, sejam os procedimentos durante a falência. A literatura científica apresenta o emprego de várias técnicas para a previsão da insolvência, nos mais diversos ramos empresariais, destacando-se a análise envoltória de dados (DEA) (Onusic, Nova, & Almeida, 2007), análise discriminante (Altman, 1968), modelo de Cox (Lane, Looney, & Wansley, 1985; Martins & Galli, 2007), algoritmos genéticos (Varetto, 1998) e redes neurais artificiais (Brockett, Cooper, Golden, & Pitaktong, 1994).

No geral, o estado de insolvência se revela quando a empresa se torna incapaz de cumprir com as obrigações financeiras na data de seu vencimento, bem como quando seus ativos forem inferiores ao valor dos seus passivos (Almeida & Sant'anna, 2010, Mário, Carsdoso, Martins & Martins, 2006). No mercado de saúde suplementar, Guimarães e Alves (2009) apontam que a insolvência ocorre quando o patrimônio líquido da operadora de plano de saúde é igual ou inferior a zero, no entanto, apesar da legislação exigir que as operadoras de plano de saúde devam garantir, a todo o

tempo, o cumprimento das responsabilidades financeiras assumidas, observa-se no setor um expressivo aumento do número de empresas que entraram em estado de insolvência (Brasil, 2017, Lemos, 2008).

Os dados da Agência Nacional de Saúde Suplementar (ANS) revelam que nos últimos 16 anos há uma tendência crescente na quantidade de operadoras de planos de saúde que entram em estado de insolvência (Brasil, 2017; Guimarães & Alves, 2009, Ocké-Reis, 2005). Em paralelo, observa-se uma expressiva redução da quantidade de operadoras em atividade no Brasil. Enquanto em dezembro de 2001 calculam-se 1.992 operadoras de plano de saúde, em junho de 2016 o número de empresas atuantes no mercado foi de apenas 959 (Brasil, 2017).

A explicação para este fenômeno no mercado de saúde suplementar não se centra em uma única causa, mas vários fatores concomitantes que minoram as receitas dessas empresas e provocam o aumento dos custos, em especial dos assistenciais. Dentre os diversos fatores, sobressaem-se a transição demográfica, transição epidemiológica, novas tecnologias, seleção adversa, risco moral, reajuste do valor pago pela assistência à saúde, controle de reajustes das mensalidades, judicialização da saúde e o amplo arcabouço legal e regulatório que impõe às operadoras várias obrigações e limitam a adoção de diversas estratégias (Andrade & Porto, 2004, Brunetti, 2010, Ferraz & Vieira, 2009, Guimarães & Alves, 2009, Mata, 2011, Nasri, 2008, Ocké-Reis, 2005, Pinheiro, Peleias, Silva & Martins, 2015, Sa, 2012, Sa, Costa, Almeida & Abreu, 2013, Scheffer, 2013, Schramm et al., 2004; Zucchi, Del Nero & Malik, 2000).

Nesse segmento, é importante ressaltar que a insolvência está condicionada a diversos riscos, em especial aos riscos atuariais (Piroutek, 2009). Em meio à natureza estocástica dos custos assistenciais, a ciência atuarial emerge como a engenharia que aborda os aspectos relacionados à insolvência das seguradoras, em específico dos planos de saúde, conceituando a insolvência como ruína (Ferreira, 2002, Kaas, Goovaerts, Dhaene & Denuit, 2008, Lemos, 2008). Na conceituação de Piroutek (2009), ruína é o momento em que a operadora de plano de saúde torna seu capital negativo.

Apesar de o tema possuir significativa relevância, não há uma vasta literatura nacional. Nesse sentido, Guimarães e Alves (2009, p. 461) acrescentam que a “literatura especializada nacional carece de modelos de previsão de insolvência com foco em operadoras de planos de saúde”. Por sua vez, adicionam os autores, a literatura internacional se concentra nas chamadas “*Health Maintenance Organizations* (HMOs) dos Estados Unidos”. Todavia, elas apresentaram algumas peculiaridades no seu funcionamento em relação às brasileiras, embora ambas as modalidades provejam acesso a tratamento de saúde (Guimarães & Alves, 2009, p. 461).

Diante do contexto apresentado, por meio de dados compreendendo o período de janeiro a dezembro de 2014, de uma operadora de médio porte da região nordeste do Brasil, e o processo de simulação de Monte Carlo, a presente pesquisa tem como objetivo calcular a probabilidade de ruína da operadora de plano de saúde durante os próximos dez anos.

A simulação foi processada duas vezes, a primeira considerando 10% de reajuste anual dos prêmios e a segunda o percentual de 13% a.a. Os resultados foram comparados, com o objetivo de aferição da probabilidade de ruína da operadora, de modo que se possa aferir a sensibilidade desta probabilidade mediante o aumento do reajuste dos prêmios, bem como o seu comportamento ao longo dos dez anos.

Cumprir pontuar que apesar da bibliografia sobre o tema ser vasta, não se observa na literatura científica nacional a aplicação da simulação de Monte Carlo para o objetivo proposto. Dentre os escassos trabalhos averiguados, as técnicas utilizadas para a previsão da insolvência (ruína) no setor de saúde suplementar no Brasil são a análise discriminante (Aguiar, Menezes, Xavier, & Gonçalves, 2014, Barros & Beiruth, 2016; Guimarães & Alves, 2009) e o modelo logit (Barros & Beiruth, 2016, Viana, Vilela, Leão, & Oliveira, 2012).

De tal modo, o presente estudo apresenta extrema relevância no cenário atual, no momento em que amplia a literatura científica nacional e propõe o processo de simulação de Monte Carlo como ferramenta para aferição da probabilidade de ruína das operadoras de planos de saúde.

O modelo proposto não apenas calcula a probabilidade de ruína em um ano, conforme se observa nas obras nacionais de Guimarães e Alves (2009), Viana *et al.* (2012), Aguiar *et al.* (2014) e Barros e Beiruth (2016), mas ano a ano, durante 10 anos de modo acumulativo, facilitando aos gestores o emprego de ações estratégicas mais assertivas no médio e longo prazo.

Ademais, outro diferencial desta pesquisa são as variáveis envolvidas para o cálculo da probabilidade de ruína. Enquanto os trabalhos nacionais relacionados utilizam para as variáveis independentes indicadores contábeis e financeiros, as variáveis utilizadas nesta pesquisa relacionam-se com os prêmios (receita), sinistros (custo assistencial), despesa administrativa e reserva de risco, destacando-se que no modelo estas são variáveis aleatórias, isto é, seguem distribuições de probabilidade.

## 2 O PROCESSO DE RUÍNA

A teoria da ruína tem como objetivo a análise do capital de empresas cuja operação sofre alta incidência de riscos, em especial seguradoras e operadoras de plano de saúde, onde a atividade fundamental é a transferência do risco do cliente para a empresa.

Os estudos sobre o tema surgiram no início do século XX mediante o modelo elaborado por Lundberg em 1903, contudo, o assunto somente teve maior ênfase na década de 1930, a partir das pesquisas de Harald Cramér que concebeu o clássico modelo Cramér-Lundberg. Desse ponto em diante, os estudos científicos sobre o assunto foram ampliados, em especial sobre a probabilidade de ruína da seguradora (operadora de plano de saúde) (Asmussen, 2000; Bühlmann, 1970, Lemos, 2008, Silva, 2014).

A probabilidade de ruína corresponde à probabilidade da operadora de plano de saúde tornar seu capital negativo em algum momento, condicionado a um capital inicial escolhido no início do processo.

Essa probabilidade pode ser calculada considerando-se que o momento de ruína é um instante no intervalo  $(0, t]$ , com  $t$  finito, ou um instante na semirreta  $(0, \infty)$  (Asmussen, 2000,; Bühlmann, 1970,; Ferreira, 2002,; Lemos, 2008,; Piroutek, 2009).

Na conceituação de Ferreira (2002), os seguintes fatores influenciam o processo de ruína:

- a) Duração do processo: finito ou infinito;
- b) Prêmios retidos (mensalidades pagas) ( $P_{ret}$ );
- c) Distribuição do valor total dos custos assistenciais ou sinistros retidos ( $S_{ret}$ );
- d) Fundo inicial ou reserva de risco destinado para assumir o processo de ruína ( $\mu$ );
- e) Probabilidade de ruína ( $\delta$ );
- f) Excedente existente no instante  $t$  ( $U(t)$ ).

De tal modo, para  $t \geq 0$ , tem-se a Equação (1), a seguir:

$$U(t) = \mu + P_{ret}(t) - S_{ret}(t) \quad (1)$$

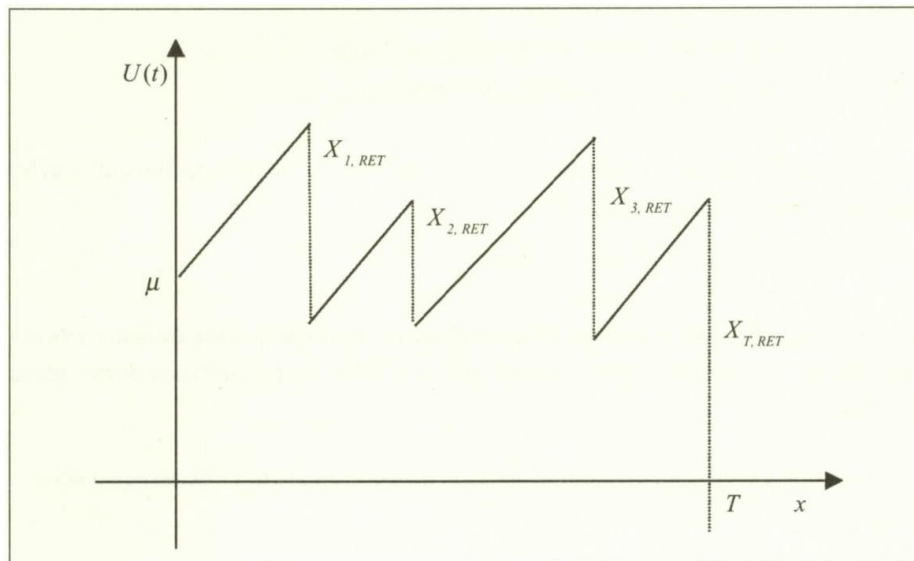
A ruína da operadora de plano de saúde ocorre quando em um instante  $t$ , os custos assistenciais retidos ( $X_{tRET}$ ) menos os prêmios retidos superam a reserva de risco, ou seja, o excedente  $U(t)$  é inferior a zero, conforme exhibe o Gráfico 2, onde  $T$  é o tempo no qual ocorre a ruína, ou seja,  $T = \min \{t, t \geq 0 \text{ e } U(t) < 0\}$  (Ferreira, 2002,; Lemos, 2008, Piroutek, 2009).

No setor de saúde suplementar, conforme Almeida e Sant'anna (2010), há fatores quantitativos que impactam na solvência das operadoras de plano de saúde, o que, por conseguinte influencia

a probabilidade de ruína, tornando este evento estocástico ainda mais complexo. Dentre estes fatores destacam-se:

- Unidade de tempo: ano ou mês;
- Reajuste dos prêmios (mensalidades);
- Aumento dos custos assistenciais;
- Despesas administrativas;
- Aumento das despesas administrativas; e
- Rendimento da reserva de risco.

Gráfico 1 – Evolução do processo de ruína



Fonte: Ferreira (2002, p. 105)

## 2.1 Fatores que influenciam o processo de ruína

Nesta subseção serão dissertados os fatores, listados abaixo, que influenciam o processo de ruína nas operadoras de planos de saúde:

- Duração do processo: finito ou infinito;
- Unidade de tempo: mês ou ano;
- Prêmios retidos (mensalidades pagas) ( $P_{ret}$ );
- Reajuste dos prêmios (mensalidades);
- Distribuição do valor total dos custos assistenciais ou sinistros retidos ( $S_{ret}$ );
- Aumento dos custos assistenciais;
- Fundo inicial ou reserva de risco destinado para assumir o processo de ruína ( $\mu$ );
- Rendimento da reserva de risco;
- Despesas administrativas;
- Aumento das despesas administrativas;
- Probabilidade de ruína ( $\delta$ );
- Excedente existente no instante  $t$  ( $U(t)$ ).

O passo inicial no cálculo do processo de ruína é definir se a probabilidade será aferida em um período de tempo definido, isto é, finito, por exemplo, dez anos ou se o pesquisador almeja calcular a ruína da operadora no infinito, não havendo um intervalo de tempo definido (Asmussen, 2000,; Bülmann, 1970, Ferreira, 2002).

No segmento de saúde suplementar, os prêmios correspondem às mensalidades (contraprestações pecuniárias) pagas pelos beneficiários do plano de saúde e os reajustes destas, via de regra,

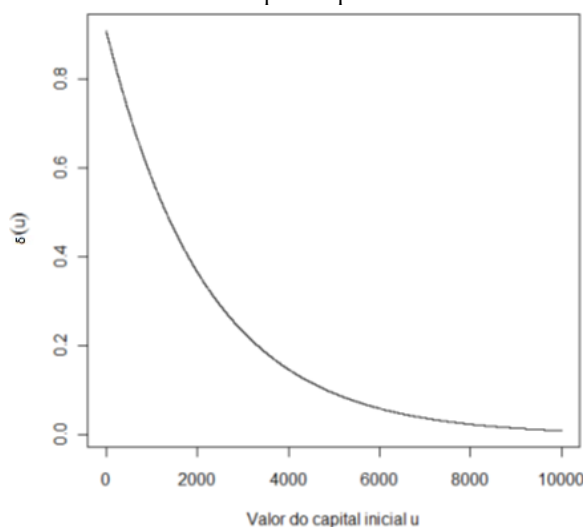
são anuais e obedecem às regras estabelecidas na legislação vigente. Este aspecto influencia a unidade de tempo definida, pois dependendo do objetivo do pesquisador, o cálculo da probabilidade de ruína pode ser realizado considerando a unidade de tempo mês ou ano (Brasil, 2008, 2015).

Os sinistros retidos correspondem aos custos assistenciais, isto é, ao valor pago pela assistência médica, deduzido o valor da coparticipação paga pelo beneficiário. Ainda no que concerne ao custo assistencial, é importante destacar que esse é uma variável aleatória e sua ocorrência está sujeita a uma distribuição de probabilidade, tornando o comportamento deste fenômeno volátil (Asmussen, 2000, Bühlmann, 1970). Todavia, há no mercado diversos indicadores que procuram aferir os custos assistenciais, no entanto, não há índice bom ou ideal, sendo de suma importância que o indicador adotado pela operadora para descrever este aumento possua significativa aderência com a sua realidade, sendo possível a definição de um índice próprio mediante cálculos econométricos/atuariais (Brasil, 2015).

No que tange à reserva de risco, esta representa o quanto a empresa se dispõe a colocar em risco na operação empresarial, sendo que esse montante é em função da sua capacidade econômica, ou seja, do patrimônio líquido constituído (Ferreira, 2002). Na perspectiva de Piroutek (2009, p. 22), “Quanto maior o capital inicial menor a probabilidade de ruína, e quanto menor for o capital inicial maior é a probabilidade de ocorrer a ruína.”

Nesse sentido, Piroutek (2009) realizou uma simulação, em que as indenizações individuais seguem uma distribuição exponencial com parâmetro  $\alpha = 1/200$ , fator de carregamento  $\theta = 0,1$  e número médio de indenizações  $\lambda = 200$ . É possível visualizar no Gráfico 2 que conforme o capital inicial aumenta, a probabilidade de ruína  $\delta(t)$  reduz consideravelmente (Gráfico 2).

Gráfico 2 – Exemplo do processo de ruína



Fonte: Adaptado de Piroutek (2009, p. 23).

Ressalta-se que o montante financeiro que corresponde à reserva de risco, durante o período de desenvolvimento dos sinistros, pode ser investido no mercado financeiro para que haja um rendimento (juros). Nesse meio, destaca-se como taxa básica a taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (SELIC) para títulos federais (Brasil, 2016, Mendonça, 2001).

As operadoras de planos de saúde, assim como as empresas atuantes nos mais diversos ramos econômicos, possuem despesas administrativas que, segundo Brasil (2015, p. 58) “são todas as despesas das operadoras que não estejam relacionadas à prestação direta dos serviços de assistência à saúde.”. Ademais, essas despesas estão sob influência da inflação geral, sendo importante que o índice inflacionário adotado seja condizente com a realidade da operadora da mesma forma que o aumento dos custos assistenciais.

Por fim, sendo  $T$  o momento de ruína da operadora de plano de saúde, as probabilidades de ruína para um período finito e infinito são definidas conforme as Equações (2) e (3) a seguir (Ferreira, 2002).

$$\delta(\mu, t) = P(T < t) \quad (2)$$

$$\delta(\mu) = P(T < \infty) \quad (3)$$

É importante ressaltar que o modelo original proposto por Cramér-Lundberg possui um limitante por não considerar em seus cálculos as despesas administrativas, os rendimentos oriundos dos investimentos e os aumentos dos prêmios retidos, custos assistenciais e despesas administrativas (Asmussen, 2000, Bühlmann, 1970, Lemos, 2008, Silva, 2014).

### 3 SIMULAÇÃO

O processo de simulação se refere ao método analítico cuja intenção é imitar um fenômeno (sistema) real, em especial, quando a modelagem matemática é complexa. Um sistema pode ser conceituado como um conjunto de componentes que atuam e interagem entre si e alcançam determinado objetivo.

Enquanto que os modelos matemáticos representam o relacionamento entre as variáveis (solução analítica), a simulação realiza uma abordagem quando os valores das variáveis não são conhecidos (Donatelli & Kohrath, 2005, Lemenhe, Capelo, Rocha, Alexandre & Ciarlini, 2006,; Macêdo, Lopes, Capelo, Maia, Rocha & Alexandre, 2007).

#### 3.1 Simulação de Monte Carlo

O método de Monte Carlo consiste em uma técnica estatística que se utiliza de simulações estocásticas. A denominação decorre em virtude de o processo ser aleatório, tal como o lançamento de dados, ou o giro de uma roleta, para selecionar os valores de cada variável em cada tentativa (simulação). De tal forma, o método possibilita ao pesquisador estudar o comportamento de processos que dependem de fatores aleatórios (Corrar, 1993, Donatelli & Konrath, 2005).

A simulação consiste em gerar aleatoriamente sucessivas amostras que estão expostas à distribuição de probabilidade (modelo). Em outras palavras, a simulação considera que o evento em estudo ocorre conforme uma determinada distribuição de probabilidade. Sendo as amostras geradas independentes, a soma das variáveis aleatórias aproxima-se de uma variável aleatória gaussiana, independentemente da distribuição de probabilidade de cada variável constante no sistema (Corrar, 1993, Donatelli & Konrath, 2005, Pedro, Santos & Cotrim, 2014).

É importante destacar que o tamanho da amostra gerada influencia na aproximação do resultado para uma curva normal, sendo a distribuição de frequências acumuladas fortemente afetada com a redução do tamanho da amostra (Corrar, 1993, Donatelli & Konrath, 2005, Pedro *et al.*, 2014).

Nesse sentido, Donatelli e Konrath (2005, p. 10) acrescentam que a intensidade do ruído amostral e a redução na amplitude dos valores obtidos são significativas, quando se trabalha com amostras de tamanho reduzido. Isso tudo afeta drasticamente a capacidade de definir com exatidão os valores da variável que correspondem a uma dada probabilidade, particularmente com relação a probabilidades próximas aos valores 0 e 1, nos quais as amostras menores apresentam valores esparsos. (Donatelli & Konrath, 2005, p. 10).

Corroborando com o exposto, Pedro, Santos e Cotrim (2014), mediante a Figura 1, expõem que é notória a diminuição da variabilidade quando a amostra aumenta, sendo observados resultados cada vez mais próximos de uma distribuição gaussiana. De tal modo, tem-se o Teorema do Limite Central, mediante a convergência estocástica da distribuição da média amostral para a distribuição gaussiana.

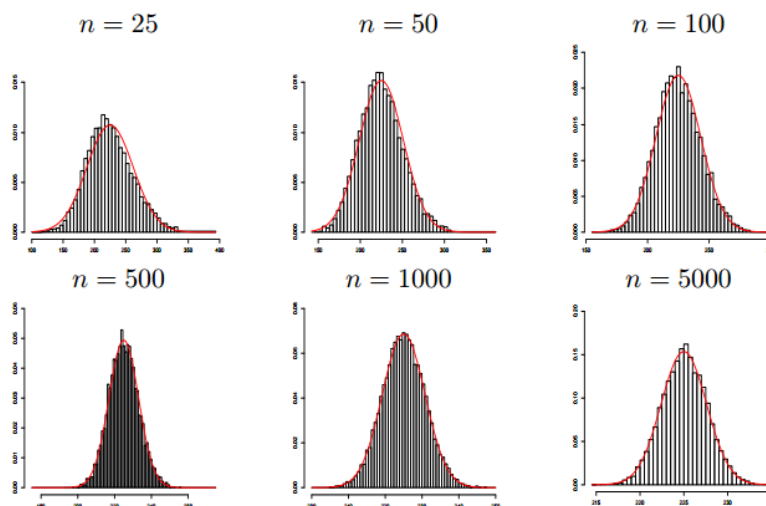


Figura 1 – Distribuição da duração média em  $n$  jogos,  $a=b=15$  e  $p=0.5$   
 Fonte: Pedro, Santos e Cotrim (2014, p. 96).

Um importante aspecto na simulação de Monte Carlo é que o aumento do tamanho da amostra demanda um maior processamento computacional e, conseqüentemente, acréscimo no tempo necessário para obtenção do resultado. A literatura científica não designa qual o tamanho mínimo ou ideal da amostra simulada, no entanto, deve-se fazer um balanço entre a qualidade dos resultados almejada e as disponibilidades de *hardware* e de tempo (Donatelli & Konrath, 2005).

#### 4 METODOLOGIA

A natureza deste trabalho é quantitativa com características de um estudo de caso. A metodologia teoria da ruína no período finito foi empregada para o objetivo proposto, em que a probabilidade de ruína da operadora foi calculada ano a ano durante dez anos. As observações utilizadas advêm de um *data warehouse* Oracle e documentos de uma operadora de plano de saúde de médio porte situada na região nordeste do Brasil.

Os dados extraídos do *data warehouse* compreendem o período entre janeiro de 2014 a dezembro de 2014, referindo-se às contraprestações pecuniárias e ao custo assistencial de, aproximadamente, 48.000 beneficiários. É importante destacar que o valor total dos prêmios é uma variável determinística, pois não está sujeita a variações aleatórias, dado que a mensalidade do cliente não sofre variação ao longo do ano. O custo assistencial do beneficiário, no entanto, é uma variável aleatória que apresenta uma distribuição de probabilidade com elevado grau de assimetria (Sa *et al.*, 2013).

No sentido de obter uma distribuição de probabilidade simétrica para os custos assistenciais agregados (Ferreira, 2002), isto é, somatório do custo assistencial de todos os beneficiários, aplicou-se aos dados o processo de simulação de Monte Carlo, de modo semelhante ao realizado por Macêdo *et al.*, (2007). No que tange às despesas administrativas e à reserva de risco, essas informações foram extraídas da Demonstração de Resultados no Exercício (DRE).

Com o propósito de manter o sigilo das informações estratégicas da operadora em estudo, os valores totais das contraprestações pecuniárias, o custo assistencial, as despesas administrativas e a reserva de risco não serão divulgados. No que concerne às demais premissas, estas foram definidas com suporte em relatórios e estudos realizados na operadora, conforme a seguir:

- a) Reajuste dos prêmios: os objetivos estratégicos da operadora sinalizam para os próximos anos reajustes na ordem de 10% ao ano (a.a.).
- b) Aumento dos custos assistenciais: com suporte nos dados e estudos da operadora, foi adotada como premissa de que esse aumento segue uma distribuição de probabilidade triangular, com parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , correspondentes a 6%, 8% e 25%, respectivamente.



Assim, seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição triangular no intervalo  $[a, b, c]$ , na qual  $X$  refere-se ao aumento dos custos assistenciais,  $a$  e  $c$  são os valores extremos, por notação  $X \sim T(6/100, 8/100, 25/100)$ .

- c) Aumento das despesas administrativas: com suporte nos dados e estudos da operadora, adotou-se como premissa que esse aumento segue uma distribuição de probabilidade uniforme, com parâmetros  $a$  e  $b$ , respectivamente 7% e 12%, ou seja, o aumento das despesas administrativas  $\sim U(0,07; 0,12)$ .
- d) Rendimento da reserva de risco: a taxa Selic para títulos federais foi adotada como juros do investimento da reserva de risco. O retorno sobre investimento está sujeito a eventos aleatórios, não sendo ideal para a simulação a adoção de uma taxa fixa. De tal modo, considerou-se que o rendimento anual da reserva de risco segue uma distribuição normal, com média 9,18% e desvio padrão 1,553%, sendo estes parâmetros calculados com suporte no histórico da taxa Selic entre janeiro de 2012 a dezembro de 2014. Em suma, o rendimento da reserva de risco  $\sim N(0,918; 0,01553^2)$  (Brasil, 2016).

A Tabela 1 apresenta as premissas utilizadas no processo de simulação e as distribuições de probabilidade.

Tabela 1 – Premissas definidas para as simulações

Variável	Premissa
Prêmios pagos	Mantido em sigilo
Custo assistencial total por Bootstrap	Mantido em sigilo
Despesa administrativa	Mantido em sigilo
Reserva de risco	Mantido em sigilo
Reajuste dos prêmios	10% e 13%
Aumento dos custos assistenciais	T (0,06; 0,08; 0,25)
Aumento das despesas administrativas	U (0,07; 0,12)
Rendimento da reserva de risco	N (0,918;0,1553)

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com as premissas definidas, o cálculo da probabilidade de ruína foi realizado com suporte na simulação de Monte Carlo. O algoritmo do sistema foi desenvolvido no ambiente *Visual Basic Application* (VBA) do Microsoft Excel com os seguintes passos para a primeira iteração no primeiro ano:

- 1) Aplicado aos prêmios o reajuste definido de 10% a.a.;
- 2) Gerado um número aleatório. Com suporte na distribuição histogramática dos custos assistenciais agregados, o passo retorna, através do *Bootstrap*, o custo assistencial total do ano;
- 3) Gerado um número aleatório. Com suporte na distribuição de probabilidade triangular, o passo retorna o percentual de aumento dos custos assistenciais do ano;
- 4) Gerado um número aleatório. Com suporte na distribuição uniforme, o passo retorna o percentual do aumento das despesas administrativa do ano;
- 5) Gerado um número aleatório. Com suporte na distribuição normal da taxa Selic, o passo retorna o percentual da taxa de rendimento da reserva de risco do ano;
- 6) Calcular o excedente do ano, com suporte na Fórmula 1, ou seja, Reserva de risco rentabilizada + Prêmios reajustados – Custo assistencial atualizado – Despesa administrativa atualizada;
- 7) *Loop*: em cada iteração há até dez repetições para que seja calculado o excedente do primeiro até o décimo ano ou até a ruína da operadora;
- 8) Cada iteração tem seu resultado armazenado.

Inicialmente, a quantidade de iterações definida foi de 10.000, no entanto, para maior aderência e confiabilidade dos resultados, o número foi ampliado para 50.000 iterações. Por fim, considerando os resultados da simulação processada com reajuste anual dos prêmios de 10%, realizou-se uma segunda simulação adotando para esta premissa o reajuste 13% a.a.. Em outras palavras, a simulação foi processada duas vezes, a primeira considerando 10% de reajuste anual dos prêmios e a segunda o percentual de 13% a.a.. As tabelas, os gráficos, os cálculos, as modelagens, bem como as simulações, foram realizadas com auxílio do Programa Microsoft Excel 2010.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A primeira simulação desenvolvida considerou 10% de reajuste anual nos prêmios pagos. Os resultados, conforme a Tabela 2, exibem que em apenas 21 iterações das 50.000 realizadas, ocorreu a ruína da operadora no primeiro ano. Em outras palavras, a probabilidade de ruína da operadora no primeiro ano é muito baixa, apenas 0,04%.

No entanto, é possível observar, ao longo dos demais anos, uma considerável probabilidade de ruína, em que no terceiro ano se tem uma elevada probabilidade acumulada de 56,79%, isto é, a probabilidade da operadora se tornar insolvente em até três anos é aproximadamente 57%.

O significativo aumento da probabilidade da ruína a partir do segundo ano é explicado pela reserva de risco que é capaz de sustentar a solvência da operadora no primeiro ano, mesmo que os prêmios pagos sejam inferiores aos sinistros. Em outras palavras, no primeiro ano, em quase 100% das simulações realizadas, a reserva de risco mantém a operadora com excedente superior a zero, no entanto, ultrapassado este período, em muitas simulações (21,23%) o excedente torna-se negativo, em virtude da operação negativa da operadora, sendo que nos anos seguintes a situação agrava-se.

Em seis anos, registra-se a significativa probabilidade de ruína de 94,18%, sendo possível inferir que a operadora provavelmente entrará em estado de insolvência no prazo máximo de dez anos, pois a chance de solvência da empresa por período superior a esse é de apenas 0,72%.

Considerando os resultados da simulação com reajuste anual dos prêmios de 10%, que aponta uma elevada probabilidade de ruína, realizou-se uma segunda simulação adotando para esta premissa o reajuste de 13%. Os novos resultados, conforme a Tabela 3, apontam uma expressiva redução da probabilidade de ruína em todos os anos.

Tabela 2 – Probabilidade de ruína – Reajuste 10%

Status	Ano	Simulações	Frequência	
			Simples	Acumulada
Insolvência	1	21	0,04%	0,04%
	2	10.616	21,23%	21,27%
	3	17.760	35,52%	56,79%
	4	10.822	21,64%	78,44%
	5	5.271	10,54%	88,98%
	6	2.600	5,20%	94,18%
	7	1.321	2,64%	96,82%
	8	673	1,35%	98,17%
	9	360	0,72%	98,89%
	10	194	0,39%	99,28%
Solvência		362	0,72%	100,00%
Quantidade		50.000	100,0%	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com suporte no Gráfico 3, realizou-se um comparativo das simulações com reajuste de 10% a.a. e 13% a.a. nos prêmios pagos, sendo observado que as probabilidades de ruína foram reduzidas

em mais de 50%. Apesar da significativa redução, revelada no Gráfico 3, as probabilidades de insolvência calculadas ainda são muito altas, em especial, ao longo dos anos, sendo que a operadora terá aproximadamente 50% de chance de ir à bancarrota nos próximos dez anos.

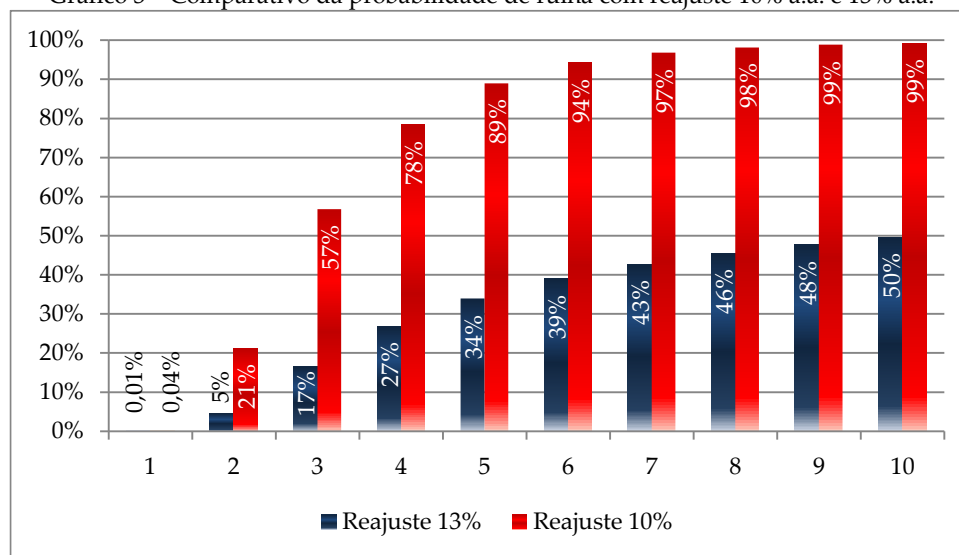
Tabela 3 – Probabilidade de ruína – Reajuste 13%

Status	Ano	Simulações	Frequência	
			Simple	Acumulada
Insolvência	1	3	0,01%	0,01%
	2	2.339	4,68%	4,68%
	3	5.956	11,91%	16,60%
	4	5.141	10,28%	26,88%
	5	3.531	7,06%	33,94%
	6	2.570	5,14%	39,08%
	7	1.837	3,67%	42,75%
	8	1.407	2,81%	45,57%
	9	1.112	2,22%	47,79%
	10	943	1,89%	49,68%
Solvência		25.161	50,32%	100,00%
Quantidade		50.000	100,0%	

Fonte: Elaborado pelos autores

Destaca-se que os resultados acima foram produzidos conforme as premissas estabelecidas e descritas na Tabela 1, sendo importante frisar que alterações nesses parâmetros ensejam alterações na probabilidade de ruína da operadora. De tal forma, a manutenção da solvência da operadora não necessariamente consiste apenas em maiores reajustes dos prêmios. É possível a redução da probabilidade da ruína mediante uma eficiente gestão dos custos assistenciais e administrativos, aporte de reserva de risco e maior rentabilidade dos investimentos oriundos do capital da reserva de risco.

Gráfico 3 – Comparativo da probabilidade de ruína com reajuste 10% a.a. e 13% a.a.



Fonte: Elaborado pelos autores.

## 6 CONCLUSÕES

A presente pesquisa teve como objetivo calcular a probabilidade de ruína de uma operadora de plano de saúde de médio porte da região nordeste do Brasil. O propósito almejado foi devidamente alcançado e projeta a simulação de Monte Carlo como potencial ferramenta para gestão atuarial no mercado de saúde suplementar.

Os resultados encontrados apontam que a prática do reajuste dos prêmios em 10% a.a., ao longo dos próximos dez anos, norteia a operadora para uma situação de insolvência, revelando que tal política não se coaduna com as boas práticas atuariais. A simulação com o reajuste de 13% a.a. reduz de forma expressiva a probabilidade de ruína, no entanto, em patamar ainda muito distante do ideal.

Acrescenta-se que nas duas simulações a probabilidade de ruína no primeiro ano é praticamente inexistente, em virtude da reserva de risco que é capaz de manter a solvência da operadora durante um ano, ou seja, mesmo com operação deficitária no primeiro ano, em quase 100% das simulações a reserva de risco mantém a operadora com excedente superior a zero, no entanto, esta não é suficiente para a manutenção plena da solvência nos períodos seguintes, pois logo no segundo ano a probabilidade de ruína, considerando o reajuste na mensalidade de 10%, é de 21,23% e agrava-se nos anos seguintes.

As probabilidades aferidas derivam das premissas definidas, sendo importante frisar que alterações nesses parâmetros fornecem novos resultados. Este fato possibilita aos gestores da empresa aferir de forma antecipada o impacto de ações estratégicas para a manutenção da solvência da operadora, tais como aumento dos reajustes dos prêmios, gestão dos custos assistenciais e administrativos, aporte de uma maior reserva de risco e maior rentabilidade dos investimentos oriundos do capital da reserva de risco.

É importante destacar que o modelo proposto nesta pesquisa não abrange a complexidade do processo de solvência das operadoras em sua íntegra, visto que existem outras variáveis que representam os mais diversos riscos incidentes no negócio, riscos estes categorizados em subscrição, crédito, mercado, operacional e legal (Almeida & Sant'anna, 2010).

Este estudo consistiu em um marco para futuras aplicações da Simulação de Monte para o cálculo da probabilidade de ruína, com variações não somente no reajuste dos prêmios, mas no custo assistencial, na despesa administrativa, na reserva de risco, no reajuste dos prêmios, no aumento de custos assistenciais, no aumento de despesas administrativas e no rendimento da reserva de risco.

Como fomento a estudos futuros relacionados à metodologia exposta, pode-se considerar como variável aleatória, além do custo assistencial, as premissas que servem de base para a projeção das receitas, tais como: número de vendas, número de inclusões, número de exclusões, dentre outras.

## REFERÊNCIAS

- Aguiar, W. S., Menezes, F. V. L. de, Xavier, W. S. M., & Gonçalves, A. A. (2014). Avaliação de solvência financeira: um estudo de caso entre operadoras de plano de saúde suplementar no nordeste e sudeste.. In *X Congresso Nacional de Excelência em Gestão* (p. 18). Rio de Janeiro-RJ.
- Almeida, R. G. de, & Sant'anna, A. P. (2010). Composição Probabilística na Avaliação do Risco de Operadoras de Planos de Assistência à Saúde. *Revista Brasileira de Risco e Seguro*, 6(11), 1–34. Retrieved from [http://docvirt.com/docreader.net/DocReader.aspx?bib=funenseg2\\_wi&pagfis=21470](http://docvirt.com/docreader.net/DocReader.aspx?bib=funenseg2_wi&pagfis=21470)

- Altman, E. I. (1968). Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance*, 23(4), 589–609. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1968.tb00843.x>
- Andrade, L. P. de, & Porto Jr., S. da S. (2004). O problema de risco moral no mercado brasileiro de assistência médica suplementar. *Revista Análise Econômica da Faculdade de Ciências Econômicas da UFRGS*, 22(41), 241–266. Retrieved from <http://seer.ufrgs.br/AnaliseEconomica/article/view/10789>
- Asmussen, S. (2000). *Ruin Probabilities*. Sweden: World Scientific.
- Barros, J. L. de, & Beiruth, A. X. (2016). Aplicação de Modelos de Previsão de Insolvência nas Operadoras de Planos de Saúde do Brasil. *Revista de Auditoria Governança e Contabilidade*, 4(15), 15–28. Retrieved from [file:///C:/Users/Marcelo/Downloads/787-3088-1-PB \(2\).pdf](file:///C:/Users/Marcelo/Downloads/787-3088-1-PB%20(2).pdf)
- Brasil. (2008). Resolução Normativa 171. Rio de Janeiro: Agência Nacional de Saúde Suplementar - ANS. Retrieved from <http://www.ans.gov.br/legislacao/busca-de-legislacao>
- Brasil. (2015). Caderno de Informação de Saúde Suplementar - Dezembro/2015. Rio de Janeiro: Agência Nacional de Saúde Suplementar - ANS. Retrieved from <http://www.ans.gov.br/materiais-publicados/periodicos/caderno-de-informacao-da-saude-suplementar>
- Brasil. (2016). Taxa referencial do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic): Histórico das taxas de juros. Brasília: Banco Central do Brasil - BCB. Retrieved from <http://www.bcb.gov.br/Pec/Copom/Port/taxaSelic.asp>
- Brasil. (2017). Operadoras em Regime Especial de Liquidação e em Falência. Rio de Janeiro: Agência Nacional de Saúde Suplementar - ANS. Retrieved from <http://www.ans.gov.br/planos-de-saude-e-operadoras/informacoes-e-avaliacoes-de-operadoras/operadoras-em-regime-especial-de-liquidacao-ou-falencia>
- Brockett, P. L., Cooper, W. W., Golden, L. L., & Pitaktong, U. (1994). A Neural Network Method for Obtaining an Early Warning of Insurer Insolvency. *The Journal of Risk and Insurance*, 61(3), 402. <https://doi.org/10.2307/253568>
- Brunetti, L. (2010). Assimetria de Informação Mercado Brasileiro de Saúde Suplementar: Testando a Eficiência dos Planos de Cosseguero. Universidade de São Paulo. Retrieved from [https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ah-UKewjynfLi58jSAhXES5AKHVxiDzkQFggaMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.teses.usp.br%2Fteses%2Fdisponiveis%2F11%2F11132%2Ftde-20042010-082708%2Fpublico%2FLucas\\_Brunetti.pdf&usg=AF](https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ah-UKewjynfLi58jSAhXES5AKHVxiDzkQFggaMAA&url=http%3A%2F%2Fwww.teses.usp.br%2Fteses%2Fdisponiveis%2F11%2F11132%2Ftde-20042010-082708%2Fpublico%2FLucas_Brunetti.pdf&usg=AF)
- Bühlmann, H. (1970). *Mathematical Methods in Risk Theory*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Corrar, L. J. (1993). O Modelo Econômico da Empresa em Condições de Incerteza. *Caderno de Estudos*, 1(8), 1–11. Retrieved from <http://www.scielo.br/pdf/cest/n8/n8a04.pdf>
- Donatelli, G. D., & Konrath, A. C. (2005). *Revista de Ciência & Tecnologia*, 13(25/26), 5–15. Retrieved from <https://chasqueweb.ufrgs.br/~valner.brusamarello/comp1.pdf>

- Ferraz, O. L. M., & Vieira, F. S. (2009). Direito à saúde, recursos escassos e equidade: os riscos da interpretação judicial dominante. *Dados*, 52(1). <https://doi.org/10.1590/S0011-52582009000100007>
- Ferreira, P. P. (2002). Modelos de Precificação e Ruína para Seguros de Curto Prazo (1st ed.). Rio de Janeiro: Funenseg. Retrieved from [http://docvirt.com/docreader.net/DocReader.aspx?bib=bib\\_digital&pagfis=12690](http://docvirt.com/docreader.net/DocReader.aspx?bib=bib_digital&pagfis=12690)
- Guimarães, A. L. de S., & Alves, W. O. (2009). Prevendo a Insolvência de Operadoras de Planos de Saúde. *Revista de Administração de Empresas*, 49(4), 459–471. Retrieved from <http://www.scielo.br/pdf/rae/v49n4/v49n4a09.pdf>
- Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008). *Modern Actuarial Risk Theory*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-70998-5>
- Lane, W. R., Looney, S. W., & Wansley, J. W. (1985). na application of the Cox Model to bank failure. *The Financial Review*, 20(3), 73–73. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6288.1985.tb00251.x>
- Lemenhe, F., Capelo Jr., E., Rocha, C. A. S., Alexandre, J. W. C., & Ciarlini, A. de F. S. (2006). No Titl. In *Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 2006 (p. 9). Fortaleza. Retrieved from [http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2006\\_TR460316\\_8382.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2006_TR460316_8382.pdf)
- Lemos, S. R. R. (2008). Probabilidade da Ruína no Mercado de Seguros: Fundamentos Teóricos e Alguns Resultados de Simulação. Universidade Federal de Pernambuco. Retrieved from <https://www.ufpe.br/ppge/images/dissertacoes/dissertacao081.pdf>
- Macêdo, D. G. de, Lopes Jr., E. P., Capelo Jr., E., Maia, G. L., Rocha, C. A. S., & Alexandre, J. W. C. (2007). Determinação do Custo Assistencial em Planos de Saúde Através de Simulação. In *Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, 27 (p. 9). Foz do Iguaçu. Retrieved from [http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2007\\_tr590445\\_0022.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2007_tr590445_0022.pdf)
- Mário, P. do C., Cardoso, R. L., Martins, V. A., & Martins, E. I. (2006). Regulação e Valor de Liquidação no Mercado de Seguros Brasileiro. *Contabilidade Vista & Revista*, 17(4), 73–95. Retrieved from <http://revistas.face.ufmg.br/index.php/contabilidadevistaerevista/article/download/313/306>
- Martins, M. S., & Galli, O. C. (2007). A previsão de insolvência pelo modelo Cox: uma aplicação para a análise de risco de companhias abertas. *Revista Eletrônica de Administração*, 13(1), 231–248. Retrieved from <http://seer.ufrgs.br/read/article/view/39918>
- Mata, B. R. R. da. (2011). Impacto financeiro de 2010 a 2030 do envelhecimento dos beneficiários em operadoras de plano de saúde de Minas Gerais: um estudo de caso. Universidade Federal de Minas Gerais. Retrieved from [https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ah-UKEwjRhtLA6MjSAhVKHJAKHV33BU0QFgga-MAA&url=https%3A%2F%2Fwww.ufmg.br%2Fonline%2Farquivos%2Fanexos%2Fplanos\\_sa%25FAde.pdf&usq=AFQjCNFLPNyr9XuOGyBM8DCPAhidDFgtuw&sig2=CS](https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0ah-UKEwjRhtLA6MjSAhVKHJAKHV33BU0QFgga-MAA&url=https%3A%2F%2Fwww.ufmg.br%2Fonline%2Farquivos%2Fanexos%2Fplanos_sa%25FAde.pdf&usq=AFQjCNFLPNyr9XuOGyBM8DCPAhidDFgtuw&sig2=CS)
- Mendonça, H. F. de. (2001). Mecanismos de transmissão monetária e a determinação da taxa de juros: uma aplicação da regra de Taylor ao caso brasileiro. *Economia e Sociedade*, 16(1), 65–81. Retrieved from <http://www.eco.unicamp.br/docprod/downarq.php?id=520&tp=a>

- Nasri, F. (2008). No Title. *Einstein*, 6(1), 5–6. Retrieved from [http://www.prattein.com.br/home/images/stories/Envelhecimento/envelhecimento\\_popu.pdf](http://www.prattein.com.br/home/images/stories/Envelhecimento/envelhecimento_popu.pdf)
- Ocké-Reis, C. O. (2005). A reforma institucional do mercado de planos de saúde: uma proposta para criação de benchmarks. Rio de Janeiro: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA. Retrieved from [http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com\\_content&view=article&id=4255](http://www.ipea.gov.br/portal/index.php?option=com_content&view=article&id=4255)
- Onusic, L. M., Nova, S. P. de C. C., & Almeida, F. C. de. (2007). Modelos de Previsão de Insolvência Utilizando a Análise por Envoltória de Dados: Aplicação a Empresas Brasileiras. *Revista de Administração Contemporânea*, 11(1), 77–97. Retrieved from [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1415-65552007000600005&lng=en&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1415-65552007000600005&lng=en&nrm=iso)
- Pedro, S., Santos, R., & Cotrim, L. (2014). Simulação – uma Aplicação ao Problema da Ruína do Jogador. *Economia e Sociedade*, 70(1), 85–103. Retrieved from <http://revistas.rcaap.pt/boletimspm/article/view/6795>
- Pinheiro, I., Peleias, I., Silva, A., & Martins, E. (2015). Financial economic regulation effects in financing strategies of health plan operators.. *Revista Universo Contábil*, 11(2), 108–127. <https://doi.org/10.4270/ruc.2015214>
- Piroutek, A. M. (2009). Probabilidade de Ruína com eventos espaciais. Universidade Federal de Minas Gerais. Retrieved from <http://www.ime.unicamp.br/sinape/sites/default/files/Aline-Dissertação.8-fapemig.pdf>
- Sa, M. C. (2012). Risco moral e seleção adversa de beneficiários no mercado de saúde suplementar. In *XXXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção* (p. 10). Bento Gonçalves. Retrieved from [http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2012\\_TN\\_STO\\_159\\_927\\_20893.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/ENEGEP2012_TN_STO_159_927_20893.pdf)
- Sa, M. C. de, Costa, J. A. F., Almeida, M. R., & Abreu, E. A. B. de. (2013). Análise dos Custos Assistenciais de Uma Operadora de Plano De Saúde no Brasil. In *10th International Conference on Information System and Technology Management* (pp. 2634–2657). São Paulo. Retrieved from [http://www.infoteca.inf.br/contecsi/smarty/templates/arquivos\\_template/upload\\_arquivos/acervo/docs/PDFs/143.pdf](http://www.infoteca.inf.br/contecsi/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/PDFs/143.pdf)
- Scheffer, M. (2013). Coberturas assistenciais negadas pelos planos e seguros de saúde em ações julgadas pelo Tribunal de Justiça do Estado de São Paulo. *Revista de Direito Sanitário*, 14(1), 122. <https://doi.org/10.11606/issn.2316-9044.v14i1p122-131>
- Schramm, J. M. de A., Oliveira, A. F. de, Leite, I. da C., Valente, J. G., Gadelha, Â. M. J., Portela, M. C., & Campos, M. R. (2004). Transição epidemiológica e o estudo de carga de doença no Brasil. *Ciência & Saúde Coletiva*, 9(4), 897–908. <https://doi.org/10.1590/S1413-81232004000400011>
- Silva, M. P. (2014). Impacto do Sistema de Bonus Malus na probabilidade de ruína em tempo contínuo e finito. Universidade Nova de Lisboa. Retrieved from <http://hdl.handle.net/10362/14139>
- Varetto, F. (1998). Genetic algorithms applications in the analysis of insolvency risk. *Journal of Banking & Finance*, 22(10–11), 1421–1439. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(98\)00059-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(98)00059-4)

- Viana, A. de F., Vilela, R. H., Leão, F. A. de O., & Oliveira, D. A. B. de. (2012). Um Estudo Sobre a Insolvência das Operadoras de Planos de Saúde. In *XXXVI Encontro da ANPAD* (p. 14). Rio de Janeiro. Retrieved from [http://www.anpad.org.br/admin/pdf/2012\\_FIN2895.pdf](http://www.anpad.org.br/admin/pdf/2012_FIN2895.pdf)
- Zucchi, P., Del Nero, C., & Malik, A. M. (2000). Gastos em saúde: os fatores que agem na demanda e na oferta dos serviços de saúde. *Saúde e Sociedade*, 9(1-2), 127-150.  
<https://doi.org/10.1590/S0104-12902000000100010>