

# Tarski: concepção e definição de verdade

Tarski: conception and definition of truth

César Fernando Meurer \*

Recebido: 08/2013

Aprovado: 11/2013

*Resumo: Neste artigo eu examino os principais escritos de Tarski sobre a verdade. Defendo que a concepção tarskiana de verdade é correspondentista e que a definição não é. 'Concepção', nessa formulação, designa o propósito do autor e 'definição', por outro lado, aponta para o resultado que ele efetivamente alcançou. Para detalhar esse entendimento eu elaboro respostas para as seguintes perguntas: o que Tarski se propunha solucionar? Qual é o resultado que ele efetivamente alcançou? Por que o resultado não reedita a teoria correspondentista? A exposição segue uma metodologia que se pode chamar analítico-reconstrutiva, em virtude das remissões constantes à obra de Tarski bem como dos diversos exemplos e aplicações.*

*Palavras-chave: Semântica; Teoria da Correspondência; Tarski; Verdade.*

*Abstract: In this article I examine the main writings by Tarski about the truth. I defend that the tarskian conception of truth is correspondentist, and that the definition is not. 'Conception', in this formulation, designates the purpose of the author and 'definition', on the other hand, points to the result that he effectively reached. To detail this understanding I elaborate answers for the following questions: What did Tarski propose to solve? What is the result that he effectively reached? Why does the result not reedit the correspondentist theory? The exposition follows a methodology that can be called analytic-reconstructive, by virtue of the constant remissions to the work by Tarski, as well as of the diverse examples and applications.*

*Keywords: Semantics; Theory of Correspondence; Tarski; Truth.*

\* Doutorando em filosofia pela Universidade do Vale do Rio dos Sinos – Unisinos.

em@il: cfmeurer@yahoo.com.br

A concepção da verdade de Tarski está exposta de modo detalhado no longo artigo “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas” (2007b). Explicações mais elementares, dentre as quais “O Estabelecimento da Semântica Científica” (2007c), “A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica” (2007a) e “Verdade e Demonstração” (2007d), foram redigidas com o intuito de divulgar a concepção. Nestas, além de resumir informalmente a teoria, Tarski discute questões emergentes da recepção da mesma.<sup>1</sup>

O núcleo da definição da verdade de Tarski é o assim chamado Esquema T (ou Convenção T ou ainda Forma T). A ideia é simples: para toda e qualquer sentença verdadeira de determinada linguagem deve ser possível afirmar uma instância verdadeira do mencionado esquema. A justa compreensão dessa ideia demanda diversos esclarecimentos, que veremos ao longo do presente artigo.

Ainda que o Esquema T seja simples, a concepção de Tarski tem sido interpretada de diferentes maneiras. Popper (1975; 1994), por exemplo, procura persuadir-nos a lê-la como uma teoria correspondentista aperfeiçoada.<sup>2</sup> Alternativamente, podemos interpretar que ela aponta para o deflacionismo, como faz Barrio (1998).<sup>3</sup> Há também a possibilidade de argumentar que as ideias de Tarski não constituem exatamente uma teoria, mas sim uma explicitação das *condições* que toda e qualquer teoria deve cumprir. Seja a teoria que for, ela deve permitir, para cada sentença verdadeira, uma instância verdadeira na forma do Esquema T. Esse é o entendimento de Haack, que assim se expressa:

Tarski fornece, primeiro, *condições de adequação*, isto é, condições que qualquer definição aceitável de verdade deve preencher; e, então, ele oferece uma definição de verdade (para uma linguagem formal especificada), que ele demonstra ser adequada segundo seus próprios padrões (HAACK, 2002, p. 143 – grifos da autora).

Haack trata essas condições como uma espécie de filtro para avaliar teorias. Somente tem alguma perspectiva de sucesso aquelas teorias que satisfazem as condições.

Penso que Tarski tinha uma concepção correspondentista. Uso o termo ‘concepção’ para designar o propósito do autor. Todavia, sua definição de verdade – o resultado efetivamente alcançado – não pode ser classificada como correspondentista.

Para detalhar essa interpretação organizei o texto em seções, escritas em atenção às seguintes perguntas: [i] o que Tarski se propunha solucionar? [ii] qual é o resultado que ele efetivamente alcançou? [iii] por que o resultado não reedita a teoria correspondentista? Esse é o fio condutor do texto, que avança seguindo uma metodologia que chamo analítico-reconstrutiva, por conta das remissões frequentes aos escritos do autor bem como dos diversos exemplos e aplicações.

## ***1 A proposta de Tarski***

Tarski considera a sua teoria uma solução para os problemas acarretados pelo uso ambíguo do termo ‘verdade’. Isso, todavia, não quer dizer que ele desatou esse nó górdio – o problema filosófico da verdade – que instigou expoentes de distintas épocas. É melhor dizer que ele propôs uma questão e a solucionou. Isso nos dá um ponto de partida para apreciar alguns aspectos de suas investigações.

O que Tarski se propôs? A resposta está nas primeiras linhas de “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas”: “O presente artigo dedica-se quase inteiramente a um único problema: *a definição de verdade*. Sua tarefa é construir – com referência a uma dada linguagem – *uma definição materialmente adequada e formalmente correta da*

*expressão ‘sentença verdadeira’*” (2007b, p. 19-20 – grifos do autor).

Os paradoxos e as antinomias da linguagem desempenharam um papel importante na eleição desse problema. Como lógico, Tarski não se conformava com situações antinômicas e considerava inapropriado tratá-las de maneira superficial. “O aparecimento de uma antinomia é, para mim, sintoma de uma doença. Começando com premissas que parecem intuitivamente óbvias, recorrendo a formas de raciocínio que parecem intuitivamente certas, uma antinomia nos leva ao sem-sentido, a uma contradição” (2007d, p. 214).

Uma situação antinômica muito conhecida é a que surge quando tentamos aferir a verdade de uma frase que afirma sua própria falsidade:

(A) A frase (A) não é verdadeira.

Por um lado, a frase (A) não pode ser verdadeira, pois só pode sê-lo se o que diz for o caso, isto é, se não for verdadeira. Logo, a frase não é verdadeira. Por outro lado, é justamente isso que ela afirma. Logo, é verdadeira.<sup>4</sup>

O contexto acadêmico polonês – nomeadamente a Escola de Varsóvia, que centrava suas pesquisas na área da lógica e defendia teses semelhantes às do Círculo de Viena – proporcionou uma atmosfera favorável à explicitação dessas inconsistências e influenciou os rumos de sua solução. A questão é que a noção de verdade ocupa um lugar central não apenas nas antinomias, mas também nas discussões lógico-filosóficas em geral. Ainda jovem, Tarski se deu conta que esse conceito necessita ser precisamente caracterizado. Gómez-Torrente (2011) relata que isso teria ocorrido entre 1927 e 1929, período em que ele ministrou um seminário de lógica na Universidade de Varsóvia, no qual explicitou diversos resultados que faziam referência a noções como definibilidade e verdade em uma estrutura. Tarski teria passado por dificuldades na hora de

conferir uma forma matemática rigorosa para tais resultados, pois não dispunha de uma teoria precisa para essas noções.

Tarski visava uma definição de verdade passível de uso consistente nas ciências dedutivas. Ora, é certo que uma utilização logicamente consistente só é alcançada mediante caracterização precisa (2007a, p. 150). Para efeitos de precisão deve-se, por exemplo, respeitar o princípio do terceiro excluído: diante de um par de sentenças contraditórias, apenas uma é verdadeira.

Se voltarmos a atenção para a abertura de “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas”, citada há pouco, notaremos que são duas as condições a serem atendidas pela definição: adequação material e correção formal. Dito está, também, que a definição deve valer para *uma* linguagem, ou melhor, para as *sentenças* dessa linguagem. Essas são opções do autor. Vou comentá-las, uma de cada vez, para avançar na compreensão da proposta.

### ***1.1 A verdade atribuída a sentenças***

O uso elástico e impreciso do termo ‘verdade’ permite que alguns falem de emoções verdadeiras, outros de crenças verdadeiras, outros da verdade inerente a uma obra de arte e assim por diante. Para conseguir uma caracterização precisa Tarski promove uma restrição, que consiste em aplicar o termo ‘verdadeiro’ somente a sentenças. O seguinte comentário, extraído de “A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica”, é esclarecedor quanto a isso:

O predicado ‘*verdadeiro*’ é algumas vezes utilizado para fazer referência a fenômenos psicológicos tais como juízos ou crenças, às vezes a certos objetos físicos – a saber, expressões linguísticas e especificamente sentenças – e às vezes a certas entidades ideais denominadas ‘proposições’.

Por ‘sentença’ entendemos aqui o que se quer dizer usualmente na gramática por ‘sentença declarativa’. No que diz respeito ao termo ‘proposição’, seu significado é notoriamente assunto de longas disputas de vários filósofos e lógicos, e parece nunca ter sido tornado inteiramente claro e não ambíguo. Por diversas razões, parece mais conveniente *aplicar o termo ‘verdadeiro’ a sentenças*, e vou escolher essa opção (TARSKI, 2007a, p. 159 – grifos do autor).

Para o autor, uma sentença declarativa é um objeto físico, ou seja, um conjunto de sons ou sinais escritos. Em nota, Tarski pede que o leitor entenda por ‘sentenças’ “não inscrições individuais, mas classes de inscrições de forma similar (assim, não coisas físicas individuais, mas classes de tais coisas)” (2007a, p. 159, nota 5). Observação similar aparece em “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas”: “é conveniente estipular que termos como ‘palavra’, ‘expressão’, ‘sentença’ etc. não denotam séries concretas de sinais, mas a classe toda daquelas séries cuja forma é igual à da série dada” (2007b, p. 23-24, nota 3). Portanto, na teoria em exame, ‘sentença declarativa’ não designa uma coisa física individual – uma elocução ou ocorrência particular – mas a classe de tudo o que possui a mesma forma. Pode-se dizer, para ilustrar, que a sentença ‘Fulano lê textos escritos por Tarski’ e a sentença ‘Fulano lê textos escritos por Tarski’ são dois objetos físicos (dois conjuntos de sinais escritos). Visto que possuem a mesma forma e o mesmo significado são, segundo Tarski, duas ocorrências da mesma sentença. Independente do número de elocuições e das circunstâncias de cada elocução, será a mesma sentença declarativa, uma vez que esse termo foi reservado não para coisas físicas individuais mas para classes de tais coisas. Para Tarski, o predicado ‘verdadeiro’ deve valer para a sentença enquanto classe e não para uma elocução.<sup>5</sup>

A opção pela definição da verdade enquanto aplicada a sentenças – e não à elocução e nem à crença – vai ao encontro

de um problema, ao menos no âmbito da linguagem cotidiana: sentenças idênticas que têm significados diferentes conforme o contexto e as circunstâncias da asserção. Basta pensar em “Eu gosto de ti” ou “Meu vizinho está doente” para concordar que na linguagem coloquial temos vários exemplos de elocuições idênticas na forma e diferentes no significado em virtude de palavras ambíguas e indexicais.

Esse suposto problema levanta outra questão: estava Tarski interessado em construir uma definição de sentença verdadeira aplicável à linguagem coloquial? Não. Isso está expresso de modo inequívoco no §1 de “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas”: “a tentativa de estabelecer uma definição do termo ‘sentença verdadeira’ – aplicável à linguagem natural – é confrontada com dificuldades insuperáveis” (2007b, p. 31). Em outros termos, a definição de Tarski não se aplica a linguagens nas quais sequer se consegue especificar estruturalmente o que é uma sentença. Efetivamente, Tarski esclareceu o conceito de sentença verdadeira na linguagem do cálculo de classes.

## ***1.2 Adequação material e correção formal da definição***

Vimos que a definição, para ser satisfatória, deve ser materialmente adequada e formalmente correta. Com essas condições a proposta começa a ganhar alguma complexidade. Comentarei primeiro o aspecto material e, em seguida, a correção formal.

É materialmente adequada a definição que logra êxito em captar o significado que lhe é reconhecido pelos usuários da expressão em questão. Tarski pede que pensemos na sentença ‘A neve é branca’. Em que condições ela é verdadeira? Provavelmente os usuários de tal sentença dirão que ela “é verdadeira se a neve é branca, e que ela é falsa se a neve não é

branca” (2007a, p. 163). Dessa aparente trivialidade o autor formula uma equivalência em forma de bicondicional:

*A sentença ‘A neve é branca’ é verdadeira se, e somente se, a neve é branca.*

Em realidade, de trivial esse procedimento não tem nada. As aspas, que só ocorrem no lado esquerdo da equivalência, indicam que aí está o nome da sentença (colocar uma sentença entre aspas é um modo de construir seu nome). Do outro lado, sem aspas, está a própria sentença. A forma genérica desse procedimento é conhecida como Convenção T, ou Forma T, ou Esquema T (do inglês *Truth*):

*(T) x é verdadeira se e somente se p.*

‘x’ e ‘p’ guardam lugar para o nome da sentença e para a sentença à qual ‘verdadeiro’ se refere, respectivamente.

Tarski considera que cada instância da Convenção T reflete o uso corrente da expressão ‘é verdadeira’ e pode, por isso, ser considerada uma definição parcial de verdade. O traço comum das sentenças resultantes desse esquema é que elas preservam o sentido da concepção clássica.<sup>6</sup> Uma compreensão mais refinada da adequação material é alcançada depois de vermos o que o autor buscava com o requisito da correção formal.

É formalmente correta a definição que respeita as regras formais relativas à construção de definições (2007a, p. 159). Que regras são essas? Tarski oferece um conjunto de indicações que permitem uma especificação exata da estrutura e do vocabulário da linguagem na qual a definição será dada. A especificação precisa ser exata, pois “o problema da definição de verdade ganha um significado preciso e pode ser resolvido de maneira rigorosa apenas para aquelas linguagens cuja estrutura foi especificada com exatidão” (2007a, p. 166). Esse procedimento de especificação da estrutura é impraticável na linguagem natural, dada a sua universalidade. Logo, na linguagem natural, a definição da verdade é meramente

aproximativa. Em termos práticos diríamos que nas linguagens semanticamente fechadas se podem formular frases autorreferenciais – como a frase (A) citada antes – que dão origem a contradições. Esse problema, para o autor em tela, era insuperável.

Voltemos ao procedimento de especificação da estrutura da linguagem e, a título de exercício, suponhamos um sistema formal. Tarski orienta-nos a fazer uma lista de termos e expressões primitivas. O que é demonstrável no sistema depende dessa lista, bem como dos axiomas e das regras de derivação que estabelecemos. Podemos introduzir novos termos na linguagem do sistema, observando as regras para a definição destes. Se as novas expressões não forem definidas de modo regrado o sistema pode tornar-se inconsistente.

Entendo que as regras para a definição tratam da relação do novo termo com os termos que já pertencem ao sistema. O significado do novo termo deve ser especificado em termos já disponíveis. Essa especificação é apresentada em forma de bicondicional (se e somente se) ou de identidade (é idêntico a).

As sentenças de identidade são um tanto mais intuitivas e funcionam bem para definir nomes. Para ilustrá-lo, suponhamos que o sistema em questão contém o termo  $H_2O$ . A essa linguagem podemos acrescentar o termo ‘água’, definindo-o do seguinte modo: água é idêntico a  $H_2O$ . O que o sistema ganha com essa definição? O acréscimo ou a eliminação de um termo não incidem no poder expressivo do sistema: tudo o que é possível dizer com o novo termo era possível dizer sem ele. O que se ganha é que algumas sentenças podem ser formuladas de modo mais simples.

As sentenças em forma de bicondicional são adequadas para definir predicados. O lado esquerdo da bicondicional, conhecido como *definiendum*, apresenta a expressão que se quer definir. O lado direito, conhecido como *definiens*, é ocupado por

expressões que pertencem ao vocabulário primitivo ou que tenham sido previamente definidas.

Tarski quer definir a expressão ‘x é verdadeira’. Trata-se de um predicado e, por isso, a definição é apresentada em forma de bicondicional. O *definiendum* apresenta a expressão a ser definida e o *definiens*, como já indiquei, comporta expressões que já são do sistema. Esquemáticamente:

$$x \text{ é verdadeira} \leftrightarrow p$$

Já vimos que a verdade é um atributo de sentenças. Assim, ‘x’ guarda lugar para uma sentença. É da sentença que se dirá ‘é verdadeira’. Considere-se, por exemplo, a sentença ‘A grama é verde’. Em que condições essa sentença é verdadeira? Ou melhor: em que condições ‘A grama é verde’ é verdadeira? Esse é o *definiendum*:

‘A grama é verde’ é verdadeira

Em que condições essa sentença é verdadeira? A resposta que capta o uso corrente dirá, provavelmente, que a sentença é verdadeira se a grama é verde e que ela é falsa se a grama não é verde. Logo, a bicondicional que nos interessa fica assim formulada:

‘A grama é verde’ é verdadeira  $\leftrightarrow$  a grama é verde

Essa é uma instância da Forma T (ou ‘Convenção T’, ou ‘Esquema T’). Ela é, para Tarski, uma espécie de paradigma de uso adequado de ‘verdadeiro’: “queremos usar o termo ‘verdadeiro’ de tal maneira que todas as equivalências da forma T possam ser afirmadas e *diremos que uma definição de verdade é ‘adequada’ se todas essas equivalências dela se seguem*” (2007a, p. 163 – grifos do autor).

Para finalizar esse tópico gostaria de apresentar duas considerações: a primeira, que a adequação material e a correção formal devem funcionar conjuntamente. Quero com isso chamar a atenção para uma aparente assimetria: o requisito da adequação material parece funcionar na linguagem comum e a correção formal, por outro lado, leva a questão para o âmbito

das linguagens formalizadas. Há maneira de assegurar a correção formal na linguagem comum? Em resposta retomo o que pontuei antes: a linguagem comum, dada a sua universalidade, é inconsistente. E a adequação material pode ser garantida em um sistema formal? Sim, pois a formalização nada mais é do que um trabalho com uma linguagem específica, cujo marco semântico está previamente fixado e explicitado na lista de termos e expressões primitivas.

A segunda consideração propõe um retorno à antinomia com frases autorreferenciais – *(A) A frase (A) não é verdadeira* – para perguntar: como o Esquema T ajuda a resolver essa dificuldade? A resposta é não. Frases autorreferenciais ocorrem em linguagens semanticamente fechadas e tais linguagens não estão no foco de Tarski. No próximo tópico explícito melhor essa diferença entre linguagem universal e linguagens formalizadas.

### ***1.3 Verdade em L***

Para completar a apresentação do propósito de Tarski cumpre dizer que sua definição de sentença verdadeira tem solução positiva somente no âmbito das linguagens formalizadas. Recebem esse título aquelas “linguagens artificialmente construídas nas quais o sentido de toda expressão é univocamente determinado por sua forma” (2007b, p. 33). O assunto é abordado no “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas”. Depois de observar que a linguagem cotidiana padece de antinomias, Tarski considera-a logicamente inconsistente. Assim, também o uso da expressão ‘sentença verdadeira’ torna-se nela inconsistente. Segue que não há maneira de construir uma definição correta de uma expressão inconsistente. “A palavra ‘*verdadeiro*’, como outras palavras de

nossa linguagem cotidiana, certamente não está isenta de ambiguidade” (2007a, p. 160).

Em comparação com as linguagens naturais, as formalizadas não têm a mesma universalidade. O caso é que “não existe necessidade de usar linguagens universais em todas as situações possíveis. Para os propósitos da ciência, em particular, raramente elas são necessárias” (2007d, p. 217). Justamente pelos seus limites, as linguagens formalizadas permitem a mencionada especificação da estrutura. Confirma-o a análise que o autor fez da linguagem do cálculo de classes, que culmina com a definição de sentença verdadeira nesse âmbito.

Até aqui limitei-me ao propósito de Tarski, que é correspondentista no seguinte sentido: a linguagem formalizada é uma linguagem sem ambiguidades, isto é, cada nome e cada predicado tem referência determinada. No próximo tópico, avanço para o resultado alcançado.

## ***2 A solução de Tarski***

Vimos que Tarski se propunha construir uma definição de sentença verdadeira para determinada linguagem. Vimos também que a solução se pauta em dois critérios: a adequação material e a correção formal. Especialmente interessado nas linguagens científicas, ele levou a questão para o âmbito das linguagens formalizadas. Ali, a solução requer duas linguagens diferentes:

Uma vez que concordamos em não empregar linguagens semanticamente fechadas, temos de empregar duas linguagens diferentes ao discutir o problema da definição da verdade e, de forma mais geral, de quaisquer problemas no campo da semântica. A primeira dessas linguagens é a linguagem ‘a cujo respeito se fala’, e que é o assunto de toda a discussão. A definição de verdade que estamos buscando se aplica a sentenças dessa linguagem. A segunda é a linguagem na qual ‘falamos a respeito’ da primeira,

e em termos da qual desejamos, em particular, construir a definição de verdade para a primeira linguagem (TARSKI, 2007a, p. 170).

A linguagem a cujo respeito se fala recebe o nome de ‘linguagem objeto’ ou, abreviadamente, L. A linguagem na qual se fala da linguagem objeto é chamada de ‘metalinguagem’ ou ML. Essa última deve ser mais rica que a primeira: basicamente, ela precisa conter a linguagem-objeto e, por acréscimo, um nome para cada frase da linguagem-objeto e algum vocabulário lógico.

A metalinguagem, que fornece meios suficientes para definir verdade, deve ser essencialmente mais rica que a linguagem-objeto; não pode coincidir com esta última, nem ser nela tradutível, já que, de outra forma, ambas as linguagens seriam semanticamente universais e a antinomia do mentiroso poderia ser reconstruída em ambas (TARSKI, 2007d, p. 220).<sup>7</sup>

A situação é então a seguinte: dada uma L, semanticamente restrita, queremos construir, em uma ML apropriada, uma definição formalmente correta e materialmente adequada da noção ‘sentença verdadeira em L’. Para cada sentença de L deve ser possível afirmar, na ML, a Forma T correspondente. (Alguns parágrafos atrás chamei isso de “paradigma de uso adequado de ‘verdadeiro’”.)

Retomo agora de modo mais rigoroso o que pontuei no tópico anterior acerca da especificação da estrutura e do vocabulário de L. No §2 de “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas” Tarski observa que todas as linguagens formalizadas possuem algumas características, a saber: é possível ( $\alpha$ ) listar ou descrever estruturalmente os símbolos ou expressões elementares com as quais se forma todas as expressões de L,<sup>8</sup> e ( $\beta$ ) estabelecer as regras que determinam quais combinações de símbolos ou expressões elementares constituem sentenças de L (2007b, p. 33). Esses dois passos dão

conta da formalização de L. Para que L funcione dedutivamente ( $\gamma$ ) faz-se uma lista dos axiomas – também chamados ‘enunciados primitivos’ –, e ( $\delta$ ) se determina as regras de inferência, aquelas “operações de caráter estrutural que permitem a transformação de sentenças em outras sentenças” (2007b, p. 34). Sobre as regras de inferência o autor acrescenta: “as sentenças que podem ser obtidas de sentenças dadas por uma ou mais aplicações dessas operações são chamadas *consequências* das sentenças dadas. Em particular, as consequências dos axiomas são chamadas *sentenças demonstráveis*” (2007b, p. 34 – grifos do autor). Note o leitor que a ideia de consequência lógica é central nas ciências dedutivas.

Uma demonstração formal de uma sentença dada consiste em construir uma sequência finita de sentenças tal que (1) a primeira sentença na sequência é um axioma, (2) cada uma das sentenças seguintes ou é um axioma ou, então, é derivável diretamente de algumas sentenças que a precedem na sequência através de uma das regras de demonstração, e (3) a última sentença na sequência é aquela que deve ser demonstrada (TARSKI, 2007d, p. 226).

Quanto aos axiomas, Tarski diz que são sentenças que “parecem-nos ser materialmente verdadeiras” (2007b, p. 34).<sup>9</sup> Quanto às regras de inferência, o autor espera que preservem o valor de verdade: “quando tais regras são aplicadas a sentenças verdadeiras, as sentenças obtidas por seu uso deveriam ser também verdadeiras” (2007b, p. 35). Essas duas considerações deixam entrever que ‘formal’ não é o mesmo que ‘sem significado’. Para Tarski, o problema da verdade é irrelevante em sistemas que desconsideram o significado dos símbolos que empregam. Por outras palavras: se determinada sequência de símbolos nada significa, não faz sentido perguntar se é verdadeira. Todos os símbolos precisam ter significado? Não.

No entendimento do autor, “isso se aplica apenas aos símbolos chamados constantes. Variáveis e signos técnicos (tais como parênteses, pontos, etc.) não possuem nenhum significado independente, mas exercem uma influência essencial no significado das expressões das quais fazem parte” (2007b, p. 34, nota 10).

Considerando essas indicações quanto à formalização de L pode-se perguntar: onde está a correspondência ou referência à realidade? A resposta é: na lista de símbolos e expressões elementares que foi tomada como ponto de partida para a descrição estrutural de L.

O exposto até aqui é suficiente para um exemplo. Tarski, em seu artigo mais importante, toma a linguagem do cálculo de classes como L (2007b, §2 e 3).<sup>10</sup> Por minha conta elaboro outro exemplo de L, mais modesto.<sup>11</sup> Buscarei executar os procedimentos que Tarski recomenda. Ao leitor que conhece a teoria em exame, devo antecipar que o exemplo deixa a desejar, principalmente na formalização de ML.

Consideremos, pois, que L contém apenas o seguinte vocabulário:

- as constantes ‘a’ e ‘b’, que significam, respectivamente, ‘César’ e ‘Simone’.
- os predicados ‘M’ e ‘F’, que significam, respectivamente, ‘é um homem’ e ‘é uma mulher’.
- os símbolos lógicos ‘¬’ e ‘∧’, que significam, respectivamente, ‘não’ e ‘e’.<sup>12</sup>
- o sinal de pontuação conhecido como ‘parênteses’: ( ).

Estabelecido esse vocabulário, vamos especificar quais combinações constituem sentenças de L:

- concatenar um predicado de L com uma constante de L forma uma sentença elementar de L.<sup>13</sup> Por exemplo: ‘Ma’ é uma sentença que significa ‘César é um homem’; ‘Mb’ é uma sentença que significa ‘Simone é um homem’; ‘Fb’ é uma

sentença que significa ‘Simone é uma mulher’; ‘Fa’ é uma sentença que significa ‘César é uma mulher’.

– prefixar ‘ $\neg$ ’ a uma sentença elementar de L origina uma nova sentença, que é a negação daquela. Por exemplo: ‘ $\neg$ Fa’ é uma sentença que significa ‘César não é uma mulher’.

– intercalar ‘ $\wedge$ ’ entre duas sentenças elementares de L e envolver o resultado com os parênteses dá origem a uma sentença composta, que é a conjunção das sentenças elementares em questão. Por exemplo:  $(Ma \wedge Fb)$  é uma sentença que significa ‘César é um homem e Simone é uma mulher’.

– prefixar ‘ $\neg$ ’ a uma sentença composta de L origina uma nova sentença. Por exemplo:  $\neg (Ma \wedge Fb)$

– intercalar ‘ $\wedge$ ’ entre duas sentenças de L, sejam elas elementares ou compostas, dá origem a uma sentença. Por exemplo:  $(Ma \wedge Fb) \wedge (Mb \wedge Fa)$ .

O número de sentenças de L pode ser ampliado infinitamente, pois as operações ‘ $\neg$ ’ e ‘ $\wedge$ ’ podem ser aplicadas a cada nova sentença. Cada nova sentença produzida conforme as regras é formalmente demonstrável. Fosse o número de sentenças finito, bastaria, para efeitos de construção da definição de verdade, listá-las todas e afirmar, em ML, as sentenças T correspondentes. Cada sentença T seria uma definição parcial e a definição geral de sentença verdadeira seria “o produto lógico delas” (2007b, p. 55). No entanto, nossa L tem um número infinito de sentenças.

Dada essa L, como construir, em uma ML, uma definição formalmente correta e materialmente adequada da noção ‘sentença verdadeira em L’? Tarski usa uma técnica chamada “método recursivo” (2007b, p. 57). Essa técnica funciona quando L tem estrutura verofuncional. Já em linguagens L com estrutura quantificacional de primeira ordem a definição envolve ainda outra técnica, a satisfação. No que segue vou expor resumidamente esses procedimentos. Uma exposição completa,

caso se quisesse fazê-la, demandaria que ML fosse formalizada e dotada de um sistema dedutivo. A simplicidade da nossa L torna esse tratamento de ML dispensável.

## 2.1 O método recursivo

Para as sentenças elementares da nossa L não há maiores dificuldades de afirmar a sentença T correspondente. Por exemplo:

‘César é um homem’ é verdadeira  $\leftrightarrow$  César é um homem.

E para as sentenças compostas? Visto que elas são formadas a partir das sentenças elementares, por uma ou mais aplicações de ‘ $\neg$ ’ e ‘ $\wedge$ ’, a questão consiste em explicar de que modo cada uma dessas operações determina a verdade ou a falsidade da sentença resultante. Por isso, a atenção volta-se para os operadores lógicos ‘ $\neg$ ’ e ‘ $\wedge$ ’ e para os parênteses.

A operação de negação, simbolizada por ‘ $\neg$ ’, inverte o valor de verdade da sentença à qual é aplicada: o valor de verdade de uma sentença  $\neg p$  é a verdade quando  $p$  for falsa e a falsidade quando  $p$  for verdadeira. Quanto à conjunção, simbolizada por ‘ $\wedge$ ’: o valor lógico da conjunção de duas sentenças é a verdade quando ambas são verdadeiras e a falsidade nos demais casos.<sup>14</sup> Isso posto, podemos definir ‘sentença verdadeira em L’:

Para toda sentença  $x$  de L,  $x$  é verdadeira em L se e somente se ou

[1]  $x = \text{‘Ma’}$  e César é um homem, ou

[2]  $x = \text{‘Mb’}$  e Simone é um homem, ou

[3]  $x = \text{‘Fa’}$  e César é uma mulher, ou

[4]  $x = \text{‘Fb’}$  e Simone é uma mulher, ou

[5] existe uma sentença  $y$  de L, tal que  $x = \text{‘}\neg y\text{’}$  e  $y$  não é verdadeira em L, ou

[6] existem sentenças  $y$  e  $z$  em  $L$ , tais que  $x = 'y \wedge z'$  e  $y$  e  $z$  são ambas verdadeiras em  $L$ .

Essa definição é significativamente similar e inspirada na definição que Kirkham apresenta informalmente (Cf. KIRKHAM, 2001, p. 214-215). Algumas elucidações se fazem necessárias para compreendê-la. Notemos, primeiramente, que ela não é formulada em  $L$ , mas em  $ML$ . De momento, uma discussão pormenorizada de  $ML$  não se faz necessária. É suficiente notar a ocorrência de outros operadores, '=' que significa 'é idêntico a' e a disjunção exclusiva 'ou', e de letras ' $x$ ', ' $y$ ' e ' $z$ '. Quanto à ' $x$ ', está claramente designando uma sentença qualquer de  $L$  que se queira examinar a luz da definição. De ' $y$ ' e ' $z$ ' falarei logo mais. Passo agora às cláusulas da definição.

[1], [2], [3] e [4] são cláusulas que dão conta das sentenças elementares de  $L$ . Tomemos [1], que diz que  $x$  é verdadeira em  $L$  se e somente se  $x$  é idêntico a 'Ma' e César é um homem. Para onde essa cláusula aponta? Para a sentença  $T$  correspondente:

'Ma' é verdadeira  $\leftrightarrow$  César é um homem.

As cláusulas [2], [3] e [4] devem ser interpretadas essencialmente do mesmo modo que [1]. As cláusulas [5] e [6] pretendem dar conta das sentenças formadas a partir de outras sentenças de  $L$  com o uso dos operadores lógicos de  $L$ . Para tanto, ' $y$ ' e ' $z$ ' não devem ser lidos como sentenças específicas. Esses termos referem de modo não específico sentenças que têm em comum certa estrutura lógica: em [5], ' $y$ ' abarca todas as sentenças de  $L$  formadas pela negação de outras sentenças de  $L$  anteriormente formuladas; [6] compreende todas as sentenças de  $L$  formadas pela conjunção de outras sentenças de  $L$  anteriormente formuladas.

O exposto é, em uma versão simplificada, uma definição recursiva. De modo genérico, entende-se que definições por recursão precisam atender três aspectos (Cf. YAGISAWA,

2006): (i) pelo menos uma cláusula básica, que se aplica a certos itens determinados. No nosso caso, são básicas as cláusulas [1], [2], [3] e [4], que aplicamos às sentenças elementares; (ii) pelo menos uma cláusula recursiva, que consiste em uma regra para alcançar outros itens aos quais a definição se aplica. No nosso caso, são recursivas as cláusulas [5] e [6]; (iii) uma cláusula de fechamento, que estabelece que a definição se aplica a nada mais além disso. No nosso caso, o fechamento é expresso pela disjunção exclusiva ‘ou’.

As seis cláusulas são suficientes para dar uma definição materialmente adequada e formalmente correta de qualquer sentença de L. Consideremos ‘ $(Ma \wedge \neg Fa)$ ’. A primeira pergunta: é uma sentença de L? A rigor, caberia uma demonstração. A resposta é: sim, é uma sentença de L. Segunda pergunta: será ela verdadeira em L? Para afirmar a sentença T correspondente, os passos são estes:

(1)	‘ $(Ma \wedge \neg Fa)$ ’ verdadeira em L se e somente se ‘Ma’ é verdadeira em L e ‘ $\neg Fa$ ’ é verdadeira em L.	Por [6] da Definição
(2)	‘Ma’ é verdadeira em L se e somente se César é um homem.	Por [1]
(3)	‘ $\neg Fa$ ’ é verdadeira em L se e somente se ‘Fa’ não é verdadeira em L.	Por [5]
(4)	‘Fa’ é verdadeira em L se e somente se César é uma mulher.	Por [3]
(5)	‘ $\neg Fa$ ’ é verdadeira em L se e somente se César não é uma mulher.	Por [5]
(6)	‘ $(Ma \wedge \neg Fa)$ ’ é verdadeira em L se e somente se César é um homem e César não é uma mulher.	Pelos passos (2), (3) e (5).

A última linha desse processo recursivo apresenta a definição formalmente correta e materialmente adequada da sentença em questão:

‘ $(Ma \wedge \neg Fa)$ ’ é verdadeira em L  $\leftrightarrow$  César é um homem e César não é uma mulher.

Esse exemplo simples constitui uma visualização do procedimento recursivo. Nos casos realmente interessantes, L é

mais rica tanto em constantes e predicados quanto em operadores, sinais de pontuação e regras de formação de novas expressões e sentenças. Conforme Kirkham, o método recursivo funciona desde que haja “números finitos de tipos de membros básicos do conjunto em questão e somente um número finito de modos por meio dos quais membros não básicos possam ser construídos ou adicionados” (KIRKHAM, 2003, p. 213-214).

E se L for uma linguagem com quantificadores e variáveis? É claro que uma linguagem quantificada tem capacidade expressiva maior, o que a torna mais interessante para a atividade científica. Tarski mostrou como construir a definição de verdade para linguagens com essas características. Esse é o assunto do próximo tópico.

## 2.2 Satisfação

Continuemos com a L especificada no tópico anterior, tratando de acrescentar-lhe os símbolos lógicos ‘ $\forall$ ’ e ‘ $\exists$ ’ e as variáveis ‘x’, ‘y’ e ‘z’. O vocabulário de L agora é o seguinte:

- as constantes ‘a’ e ‘b’.
- as variáveis ‘x’, ‘y’ e ‘z’.
- os predicados unários ‘M’ e ‘F’.
- os símbolos lógicos ‘ $\neg$ ’ e ‘ $\wedge$ ’.
- os símbolos lógicos ‘ $\forall$ ’ e ‘ $\exists$ ’.
- o sinal de pontuação: ( ).

Com esses acréscimos, L ganha complexidade e capacidade expressiva: o uso de variáveis e quantificadores permite fazer generalizações. Visualizamos isso nas regras sintáticas de constituição de sentenças de L, que decidimos serem as seguintes:

- concatenar um predicado de L com uma constante de L forma uma sentença elementar de L.

– concatenar um predicado de L com uma variável de L forma uma sentença aberta<sup>15</sup> de L. Por exemplo: ‘Mx’, que significa ‘x é um homem’; ‘Fy’, que significa ‘y é uma mulher’.

– prefixar um quantificador de L a uma sentença aberta de L forma uma sentença quantificada de L. Por exemplo: ‘ $\exists xMx$ ’, que significa ‘Existe ao menos um x tal que x é um homem’; ‘ $\forall yFy$ ’, que significa ‘Para todo y, y é um homem’.

– prefixar ‘ $\neg$ ’ a uma sentença de L, seja ela elementar, composta, aberta ou quantificada, origina uma nova sentença, que é a negação daquela.

– intercalar ‘ $\wedge$ ’ entre duas sentenças quaisquer de L e envolver o resultado com parênteses dá origem a uma nova sentença, que é a conjunção das sentenças em questão.

L agora tem estrutura quantificacional. A definição de ‘sentença verdadeira em L’ já não será a mesma que funcionou em estrutura verofuncional. Para compreender as diferenças, inicio chamando a atenção para as assim chamadas ‘sentenças abertas’ (às vezes chamadas ‘função’ ou ‘função sentencial’), obtidas mediante a interpretação de um predicado como uma expressão com um espaço vazio, representado por uma variável. Vejamos.

Uma sentença aberta tem valor de verdade incerto. Isso porque o predicado não está nela atribuído a nada específico – a variável é um símbolo que não nomeia um objeto ou indivíduo em particular, apenas indica a possibilidade de vir a ser substituída pelo nome de um objeto ou um símbolo com função de nome. É justamente a ocorrência de uma variável livre que caracteriza o que chamamos ‘sentença aberta’. Na sentença ‘x é um homem’, a variável ‘x’ está livre para dar lugar ou a ‘a’ ou a ‘b’ (as constantes de L). Se ‘x’ der lugar a ‘a’, forma-se a sentença ‘César é um homem’. Se der lugar a ‘b’, temos a sentença ‘Simone é um homem’. Essas sentenças, onde a variável já não ocorre, não são abertas. Às vezes se diz que são

‘sentenças fechadas’ (ou sentenças significativas, ou simplesmente sentenças) e isso quer dizer, entre outras coisas, que possuem, cada uma, um valor de verdade certo. (Em contraste com o ‘incerto’ que usei no início desse parágrafo.) Substituir as variáveis por constantes é, pois, uma maneira de fechar uma sentença.

Outra maneira de fechar uma sentença aberta consiste em ligar todas as suas variáveis a quantificadores. Quer dizer: se quantificamos a sentença aberta ‘ $Fx$ ’ formamos ou ‘ $\exists xFx$ ’ ou ‘ $\forall xFx$ ’. Nestas, ‘ $x$ ’ já não é uma variável livre. A variável não é eliminada da sentença e esta, depois de quantificada, passa a ter um valor de verdade certo. A linguagem natural permite ver isso de modo mais intuitivo: Enquanto a sentença aberta ‘ $x$  é uma mulher’ tem valor de verdade incerto, a sentença quantificada ‘Para todo  $x$ ,  $x$  é uma mulher’ tem valor de verdade certo. Em uma mesma sentença podem ocorrer diversas variáveis. Para fechá-la, todas as variáveis devem ser quantificadas ou substituídas por constantes.<sup>16</sup>

As dificuldades do método recursivo empregado na L verofuncional ficam mais evidentes quando notamos que as regras sintáticas de composição de sentenças permitem que ‘ $\neg$ ’ e ‘ $\wedge$ ’ operem com sentenças abertas. Todos os exemplos a seguir – poderíamos formular muitos outros – são resultados sancionados pelas regras já apresentadas: ‘ $Fx$ ’, ‘ $My$ ’, ‘ $\neg Fz$ ’, ‘ $(Fx \wedge \neg Fz)$ ’, ‘ $\neg(Fx \wedge \neg Fz)$ ’, ‘ $(\neg Fx \wedge \neg Fz) \wedge My$ ’. Em cada uma dessas sentenças há variáveis livres. Portanto, todas elas são sentenças abertas. A rigor, elas não dizem nada que se possa tomar por verdadeiro ou falso. Essa constatação parece inviabilizar o projeto de construir, em uma ML, uma definição formalmente correta e materialmente adequada de ‘sentença verdadeira em L’. Nas palavras de Tarski: “em vista disso, não pode ser dado nenhum método que nos capacite a definir o conceito requerido [de verdade] diretamente por meios recursivos” (2007b, p. 57). O que fazer então?

Apresenta-se a possibilidade, contudo, da introdução de um conceito mais geral, que seja aplicável a quaisquer funções sentenciais [sentenças abertas], que possa ser recursivamente definido e que, quando aplicado a sentenças, conduza-nos diretamente ao conceito de verdade. Esses requisitos são preenchidos pela noção de *satisfação de uma função sentencial dada por certos objetos* (TARSKI, 2007b, p. 57 – grifos do autor).

Esse teria sido, segundo Kirkham (2003, p. 218), o grande insight do pensador polonês: “como a propriedade da verdade não é possuída por sentenças abertas, devemos descobrir uma *outra* propriedade”. E essa outra propriedade é a satisfação. Na mesma linha de raciocínio está Suppes (1988, p. 86) quando diz que “a definição precisa de satisfação é uma das contribuições mais originais de Tarski”.

Em “A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica” o autor se expressa assim: “No que diz respeito à noção de satisfação, poderíamos tentar defini-la dizendo que determinados objetos satisfazem uma dada função se a última se torna uma sentença verdadeira quando nela substituímos as variáveis livres por nomes dos objetos dados” (2007a, p. 174). Vejamos isso com mais detalhes.

O caso mais simples é o das sentenças abertas que contém somente uma variável livre. Tomemos, por exemplo, ‘Fx’. “Podemos então significativamente dizer, de todo objeto isolado, que ele satisfaz ou não a função dada” (TARSKI, 2007b, p. 58). Em outras palavras: ‘a’ satisfaz, ou não, a função ‘Fx’; ‘b’ satisfaz, ou não, ‘Fx’. Com esses elementos, o autor formula um esquema em forma de bicondicional:

Para todo  $a$ ,  $a$  satisfaz a função sentencial  $x$  se e somente se  $p$ .

Para o nosso exemplo em L, esse esquema se converte na seguinte sentença:

Para todo  $a$ ,  $a$  satisfaz a função sentencial ‘ $x$  é uma mulher’ se e somente se  $a$  é uma mulher.

Esse caso simples é suficiente para compreender o conceito de satisfação aqui em jogo: trata-se de uma relação de um ou mais objetos (uma sequência) e uma sentença aberta. Se a sentença contém apenas uma variável livre, um objeto satisfaz essa sentença se ele possui a propriedade expressa pelo predicado da sentença. Na nossa  $L$ , o único objeto que satisfaz ‘ $Fx$ ’ é ‘ $b$ ’. ( $Fx = x$  é uma mulher;  $b =$  Simone).

$L$  pode também apresentar sentenças abertas que contêm duas variáveis livres. O procedimento, nesse caso, é similar. “A única diferença é que o conceito de satisfação refere-se agora não a objetos isolados, mas a pares (mais precisamente, a pares ordenados) de objetos” (TARSKI, 2007b, p. 59). Tarski tem em mente aqui sentenças abertas com predicado de dois lugares. Em nossa  $L$  não previmos nenhum predicado desse tipo. Vou inseri-lo aqui sem a devida explicitação no que diz respeito às regras sintáticas de formação de sentenças com esse predicado. (O leitor que me acompanhou até aqui não terá dificuldades em acompanhar esse passo.) Suponhamos, pois, o predicado ‘ $R$ ’, que significa ‘ $x$  é mais velho que  $y$ ’.

Como disse, em sentenças abertas que contêm duas variáveis, a satisfação requer um par de objetos. Tarski fala em sequência de objetos, pois a ordem destes é muito importante. Na nossa  $L$ , a sequência de objetos que satisfaz ‘ $Rxy$ ’ é  $\langle a, b \rangle$ . Cabe notar que a sequência  $\langle a, b \rangle$  não é idêntica à sequência  $\langle b, a \rangle$ .

Genericamente falando, não há limite para o número de variáveis livres em uma sentença. Isso depende, claramente, da complexidade da  $L$  em questão. Em todos os casos, saber se determinada sequência de objetos satisfaz ou não determinada função sentencial (ou sentença aberta) “depende apenas daqueles termos da sequência que correspondem (em seus

índices) às variáveis livres da função” (TARSKI, 2007b, p. 62). O que isso quer dizer? Que as sequências de objetos podem ter mais termos do que as variáveis livres da função. O que importa, como disse o autor, são os termos que correspondem, em seus índices, às variáveis livres. Se a função (ou sentença aberta) tem duas variáveis livres, importam apenas os dois termos da sequência de objetos que têm o mesmo índice. “Toda variável corresponde aquele termo da sequência que tem o mesmo índice (isto é, o termo  $f_k$  será correlacionado com a variável  $v_k$ )” (2007b, p. 59).<sup>17</sup> Os termos excedentes da sequência podem ser considerados irrelevantes. Ora, com isso fica fácil constatar que infinitas sequências de objetos satisfazem uma mesma sentença aberta (ou função sentencial).<sup>18</sup>

E no caso das negações e conjunções? Trata-se, obviamente, de fazer definições recursivas. Tomemos, mais uma vez, a sentença aberta ‘Fx’. Pelos parágrafos anteriores, sabemos que ela é satisfeita por infinitas sequências de objetos cujo primeiro termo é ‘b’ (supondo, por um instante, que a nossa L tem uma quantidade maior de constantes e que podemos, por isso, ter sequências infinitas de objetos).

E a sentença ‘¬Fx’? Nesse caso, é suficiente dizer que uma sequência de objetos satisfaz ‘¬Fx’ quando ela não satisfaz ‘Fx’. Em outras palavras, qualquer sequência de objetos cujo primeiro termo não é ‘b’ satisfaz ‘¬Fx’. Na nossa L, seria qualquer sequência cujo primeiro termo é ‘a’, pois ‘Não é verdade que César é mulher’.

E a sentença ‘(Fx ∧ My)’? Tratando-se de uma conjunção, é o suficiente dizer que uma sequência de objetos a satisfaz se e somente se satisfaz ambas as sentenças que a compõe. Isso é o suficiente em relação às sentenças abertas. Passo agora para as sentenças quantificadas e, logo depois, para a verdade. (Por enquanto, estamos apenas falando de satisfação, um conceito mais geral que a verdade justamente por ser aplicável também a sentenças abertas e que pode ser recursivamente definido.)

Para compreender o conceito de satisfação em sentenças quantificadas, tomemos ‘ $\exists xFx$ ’. A questão é: como identificar as sequências de objetos que satisfazem essa sentença quantificada? Ora, é evidente que ela é satisfeita por todos os objetos que possuem a propriedade F. Na nossa L, ela é satisfeita por qualquer sequência que contenha ‘b’.

Passemos a uma sentença quantificada um pouco mais complexa: ‘ $\exists x_2Fx_2$ ’. Essa sentença difere da anterior pelo subscrito na variável  $x$ . Para acompanhar esse raciocínio, é suficiente que o leitor tenha presente que as variáveis de L poderiam ser  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , sendo essa numeração informativa da posição na sequência. Assim, ‘ $Fx_2$ ’ é satisfeita por uma sequência infinita de objetos cujo *segundo termo* possui a propriedade F. Quanto à sentença quantificada ‘ $\exists x_2Fx_2$ ’, devemos tomá-la como uma generalização inteligível. É certo que as generalizações por quantificação, assim como o uso de variáveis com subíndices, aumenta a capacidade expressiva de L. Isso é desejável na atividade científica.

O próximo exemplo de sentença quantificada existencialmente pretende ser o mais claro. Tomemos outra vez o predicado R, cujo significado já estipulamos acima: ‘ $x$  é mais velho que  $y$ ’. Agora vamos quantificar existencialmente essa sentença aberta, obtendo ‘ $\exists xRxy$ ’. Essa sentença “será satisfeita por uma sequência de objetos apenas no caso de haver uma outra sequência de objetos, diferindo da primeira no máximo no  $i$ -ésimo lugar (onde  $i$ -ésimo é a variável ligada pelo quantificador) que satisfaz a sentença aberta resultante da eliminação do quantificador” (HAACK, 2002, p. 152).<sup>19</sup>

E quanto às sentenças universalmente quantificadas? Como saber quais sequências de objetos às satisfazem? Esse ponto é um pouco mais exigente. Tarski afirma que “a operação de quantificação universal requer consideração especial” e explica:

Seja  $x$  uma função sentencial qualquer, e suponhamos que já saibamos que sequências satisfazem a função  $x$ . Considerando o significado da operação de quantificação universal, diremos que a sequência  $f$  satisfaz a função  $\cap_k x$  (na qual  $k$  é um número natural particular) somente se essa sequência satisfaz, ela própria, a função  $x$  e não cesse de fazê-la mesmo se o  $k$ -ésimo termo dessa sequência varie de alguma maneira. Em outras palavras, se toda sequência que difere da sequência dada no máximo na  $k$ -ésima posição, também satisfaz a função (TARSKI, 2007b, p. 60-61).

Tomemos a função ' $F_{x_2}$ ' para compreender a passagem acima. Seguirei as orientações do autor, observando a ordem em que elas são apresentadas.

Primeiro passo: tomamos a função ' $F_{x_2}$ '. Já sabemos que sequências de objetos a satisfazem.

Segundo passo: quantificamos universalmente, obtendo ' $\forall x_2 F_{x_2}$ '.

Terceiro passo: “diremos que a sequência  $f$  satisfaz a função [quantificada] somente se essa sequência satisfaz, ela própria, a função [não quantificada]”

Quarto passo: a mesma sequência  $f$  continua a satisfazer a função [não quantificada] quando o  $k$ -ésimo termo dessa sequência [no caso, o segundo termo] variar.

Kirkham avaliza essa interpretação ao anotar que Tarski estabelece

duas condições que devem ser atendidas para que uma sequência, digamos, a sequência  $S$ , satisfaça uma sentença universalmente quantificada [...]: (1)  $S$  deve satisfazer a sentença aberta que seria criada ao se suprimir o quantificador. [...]. (2) Essa mesma sentença aberta deve também ser satisfeita por toda sequência que é exatamente como  $S$ , exceto pelo fato de que tem um objeto diferente na quarta posição (KIRKHAM, 2003, p. 222).

A condição (1) de Kirkham coincide com o terceiro passo da minha interpretação e a condição (2) com o quarto passo.

Voltando a função ' $\forall x_2 Fx_2$ ', devemos afirmar que ela é satisfeita por todas as sequências que satisfazem ' $Fx_2$ ' e por todas as demais sequências que possuem outro termo na segunda posição, termo este que também satisfaz ' $Fx_2$ '. Considerando que na nossa L ' $Fx$ ' significa ' $x$  é mulher', essa função é satisfeita por todas as sequências cujo segundo termo possui a propriedade 'ser mulher'.

O percurso feito é suficiente para apresentar a definição recursiva de satisfação em L. Ela pode ser enunciada da seguinte forma:

Para toda sentença  $x$  de L, uma sequência de objetos  $f$  satisfaz  $x$  se e somente se ou

[1]  $x = 'x_k \text{ é homem}'$  e o objeto na posição  $k$  de  $f$  é homem, ou

[2]  $x = 'x_k \text{ é mulher}'$  e o objeto na posição  $k$  de  $f$  é mulher, ou

[3] existe uma sentença  $y$  de L, tal que  $x = '\neg y'$  e  $f$  não satisfaz  $y$ , ou

[4] existem sentenças  $y$  e  $z$  em L, tais que  $x = 'y \wedge z'$  e  $f$  satisfaz  $y$  e  $z$ , ou

[5]  $x = '\forall x_k Fx_k'$  e o objeto na posição  $k$  de  $f$  é mulher, ou

[6]  $x = '\forall x_k Fx_k'$  e toda sequência que difere de  $f$  na posição  $k$  satisfaz ' $Fx_k$ ', ou

[7]  $x = '\forall x_k Mx_k'$  e o objeto na posição  $k$  de  $f$  é homem, ou

[8]  $x = '\forall x_k Mx_k'$  e toda sequência que difere de  $f$  na posição  $k$  satisfaz ' $Mx_k$ '.

As cláusulas [1] e [2] dessa definição são básicas e dão conta das sentenças abertas mais simples, com uma variável e um predicado. As cláusulas [3] e [4] pretendem dar conta de todas as sentenças formadas pela negação ou pela conjunção de outras sentenças. As cláusulas [5], [6], [7] e [8] pretendem dar

conta das sentenças universalmente quantificadas, conforme os desdobramentos dos parágrafos anteriores. E as sentenças existencialmente quantificadas? Nenhuma cláusula trata delas de modo explícito. Se a interpretação das sentenças existencialmente quantificadas que apresentei alguns parágrafos acima estiver correta, então as cláusulas [1] e [2] também dão conta desse tipo de sentença.

Essa definição recursiva de satisfação em  $L$  acompanha, de modo relativamente próximo, a que Kirkham oferece em linguagem informal (2003, p. 225). Esse autor também mostra a direção do último passo, a definição de sentença verdadeira em  $L$ , que pode ser assim formulada:

Para toda sentença  $x$  de  $L$ ,  $x$  é verdadeira  $\leftrightarrow x$  é satisfeita por todas as sequências de objetos.

Prontamente, uma interrogação se impõe diante dessa definição: por que uma sentença verdadeira deve ser satisfeita por todas as sequências de objetos? A resposta é relativamente simples. O primeiro ponto a notar, que já a definição realça, é que a satisfação pode ser aplicada tanto a funções sentenciais como também a sentenças. Nas funções, como já frisamos, interessam apenas “os termos da sequência que correspondem (em seus índices) às variáveis livres da função” (TARSKI, 2007b, p. 62). Os demais termos são irrelevantes. Ora, em uma sentença com zero variáveis livres (sentença fechada) “o primeiro elemento de uma sequência, e todos os elementos subsequentes, são irrelevantes” (HAACK, 2002, p. 152). Logo, uma sentença com zero variáveis livres é satisfeita por todas as sequências de objetos. Como diz o autor: “Resulta que, para uma sentença, apenas dois casos são possíveis: uma sentença é satisfeita ou por todos os objetos ou por nenhum deles” (TARSKI, 2007a, p. 175). Se é satisfeita por todos os objetos, é verdadeira. Se é satisfeita por nenhum objeto, é falsa.

Essa é, em linhas gerais, a solução de Tarski. No que diz respeito às sentenças completas, o artifício da satisfação não deixa de ser curioso: sentenças verdadeiras são satisfeitas por todas as sequências de objetos. Consideremos, por um momento, a sentença ‘A neve é branca’. Ela tem zero variáveis livres. Conforme Haack, sentenças com variáveis livres em número igual a zero são sentenças *niládicas*. Pode-se dizer, então, que a sentença niládica ‘A neve é branca’ é satisfeita, por exemplo, pelas seguintes duas sequências de objetos: ‘Canoas, São Leopoldo, Porto Alegre, Montevideo,...’ e ‘Cenoura, beterraba, alface, pepino, repolho,...’. Deve-se acrescentar que ela é satisfeita por todas as demais sequências, quaisquer que sejam seu primeiro e demais elementos. Outras sentenças verdadeiras, como por exemplo ‘A grama é verde’, recebem tratamento idêntico.

Feita essa exposição, cabe retomar a terceira questão lançada na introdução: por que a solução de Tarski não é uma teoria correspondentista da verdade? Esse é o assunto do próximo tópico.

### ***3 A solução não é correspondentista***

Em várias passagens Tarski se diz comprometido com a perspectiva clássica/correspondentista da verdade, ainda que as formulações desta, a seu ver, pequem por falta de clareza e precisão. Desse modo, ele permite que o leitor veja seu trabalho como uma espécie de aperfeiçoamento do correspondentismo. Pontuo algumas dessas evidências textuais.

Em “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas” Tarski afirma: “vou me ocupar exclusivamente em apreender as intenções contidas na chamada concepção clássica da verdade (‘verdadeiro – correspondente à realidade’)”

(2007b, p. 20). Em “A Concepção Semântica da Verdade...” lemos que “a concepção semântica é apenas uma forma modernizada” da concepção clássica (2007a, p. 180). Já em “Verdade e Demonstração” ele diz: “tentaremos aqui obter uma explanação mais precisa da concepção clássica de verdade, uma explanação que possa superar a formulação aristotélica e que preserve, ao mesmo tempo, suas intenções básicas” (2007d, p. 206).<sup>20</sup>

É inegável que Tarski vê em Aristóteles uma posição interessante acerca da verdade. No entanto, ele “como que traduz a formulação aristotélica para o vocabulário semântico-referencialista” (BRAIDA, 2002, p. 45), entrando, desse modo, em diálogo com os correspondentistas mais influentes do último século.

Se decidíssemos estender o uso popular do termo ‘*designar*’, aplicando-o não apenas a nomes mas também a sentenças, e se concordássemos em dizer que o que é designado pelas sentenças são ‘estados de coisas’, poderíamos possivelmente usar para o mesmo propósito a seguinte frase: *Uma sentença é verdadeira se ela designa um estado de coisas existente* (TARSKI, 2007a, p. 160-161).

Ora, esse modo de colocar a questão ocasiona uma aproximação do atomismo lógico de Wittgenstein e Russell. É provável que o autor do *Tractatus* aprovaria essa afirmação. Assim, cabe perguntar: em que medida a concepção semântica se aproxima da concepção correspondentista? Está Tarski certo em avaliar sua teoria como sendo correspondentista?

Essas questões não são novas e, mais uma vez, é preciso assinalar que há discordâncias entre os intérpretes. Defendo o seguinte entendimento: a concepção é correspondentista e a definição não é. ‘Concepção’, nesse caso, designa o propósito e ‘definição’, por outro lado, diz do resultado efetivamente alcançado. Com outras palavras: Tarski pensava na verdade

como uma questão de correspondência com a realidade e, no entanto, desenvolveu uma definição que nada possui de correspondentista.

Além de mencionar textualmente que almejava uma concepção semântica, Tarski usou esse termo no título de um dos seus textos (2007a). Fixemo-nos em três passagens nas quais ele apresenta seu entendimento de semântica:

Vamos entender por semântica a totalidade das considerações que dizem respeito aos conceitos que, de modo geral, expressam certas conexões entre as expressões de uma linguagem e os objetos e estados de coisas a que se referem tais expressões (TARSKI, 2007c, p. 149).

A *semântica* é uma disciplina que, de modo geral, *trata de certas relações entre expressões de uma linguagem e os objetos* (ou ‘estados de coisas’) ‘a que se referem’ tais expressões (TARSKI, 2007a, p. 164).

Por semântica, entendemos aquela parte da lógica que, informalmente falando, discute as relações entre os objetos linguísticos (tais como sentenças) e aquilo que é expresso por esses objetos (TARSKI, 2007d, p. 205).

A relação ou conexão linguagem-objetos (ou ‘estados de coisas’) que aparece nessas passagens evidencia o propósito correspondentista. Como Tarski mesmo disse, a concepção semântica pretende ser um aprimoramento da concepção correspondentista da verdade (2007a, p. 180). Entendo que esse era o propósito e qualifico-o como correspondentista.

O entendimento de semântica, assim especificado, nos autoriza a esperar que a teoria relacione/conecte sentenças com estados de coisas. Ele também nos autoriza a esperar uma explicação de como o mundo torna as sentenças verdadeiras. Kirkham (2003, p. 245) converte essa expectativa na seguinte fórmula:

$$(t) \{t \text{ é verdadeiro em } L \equiv (\exists x) [(tRx) \text{ e } (x \text{ acontece})]\}$$

R: uma relação que conecta a sentença *t* com um estado de coisas *x*.

Acredito que as explicações que Tarski dá do que é semântica autorizam essa fórmula. No entanto, ele não se ocupa em explicar essa relação ou conexão da linguagem com o mundo. Quem entende que a solução (assim como o propósito) é correspondentista talvez conteste essa afirmação chamando a atenção para a satisfação, que é efetivamente similar à ideia de correspondência.

Não nego que a satisfação seja similar à correspondência. Observo, porém, que a aparente similaridade não é suficiente para qualificar esse artifício como correspondentista. Satisfação, como vimos, é uma relação de sentenças abertas com sequências de objetos. É um equívoco dizer que ela é equivalente àquilo que os correspondentistas do último século – refiro-me a Russell (2010) e Wittgenstein (1968) – sincronizam e chamam de correspondência: de um lado, nomes em uma proposição e, do outro lado, fatos no mundo. O equívoco torna-se palpável quando recordamos que “a definição de *verdade* de Tarski não faz qualquer apelo a sequências específicas de objetos, pois as sentenças verdadeiras são satisfeitas por todas as sequências e as falsas, por nenhuma” (HAACK, 2002, p. 160). Essa constatação, de que as sentenças são satisfeitas por todas ou por nenhuma sequência, tomo-a como base para inferir que a definição ou solução tarskiana não é correspondentista.

É possível que o meu interlocutor correspondentista retome a questão chamando a atenção para o Esquema T, sugerindo que cada instância desse esquema relaciona a linguagem com o mundo ou, mais especificamente, que cada instância relaciona sentenças com objetos. Algo no mundo tem que ser o caso para que uma sentença em L seja verdadeira. Estou de acordo que a verdade de uma sentença depende de como o mundo é. Entretanto, o que o Esquema T explica acerca dessa conexão sentença-mundo?

Para Tarski, a questão da verdade tem solução positiva apenas no âmbito das linguagens formalizadas. O autor demonstrou-o para o caso da linguagem do cálculo de classes. A solução encontrada não apela para entidades como fatos ou estados de coisas. Comentando a sua definição – e qualificando-a como semântica – Tarski disse:

A definição semântica da verdade não implica nada a respeito de condições sob as quais uma sentença como (1):

(1) *A neve é branca*

possa ser afirmada. Ela implica apenas que, em quaisquer circunstâncias em que afirmemos ou neguemos essa sentença, devemos estar prontos para afirmar ou negar a sentença correlata (2):

(2) *A sentença ‘a neve é branca’ é verdadeira.* (TARSKI, 2007a, p. 189).

Essa passagem é significativa para a interpretação que estou sugerindo. O que está em questão não é a conexão da sentença ‘A neve é branca’ com o mundo. Toda e qualquer sequência de objetos a satisfaz. O interesse de Tarski está em outra conexão, a que se dá entre ‘A neve é branca’ e “A sentença ‘A neve é branca’ é verdadeira”. Confirma-o uma passagem do § 6 de “O conceito de verdade nas linguagens formalizadas”, na qual ele resume seus resultados dizendo:

Para cada linguagem formalizada de ordem finita, pode ser construída na metalinguagem uma definição formalmente correta e materialmente adequada de sentença verdadeira, fazendo-se uso apenas de expressões de caráter lógico geral, de expressões da própria linguagem bem como de termos pertencentes à morfologia da linguagem, isto é, de nomes de expressões linguísticas e das relações estruturais existentes entre elas (TARSKI, 2007b, p. 135).

Tarski não oferece indicações para avaliar a conexão de sentenças como ‘A neve é branca’ e o mundo. Ele não propõe um critério que permita confrontar a sentença com o mundo para

ver se é ela verdadeira ou falsa. Quando dizemos “A sentença  $p$  é verdadeira em  $L$  se e somente se...” estamos apresentando as condições de verdade dessa sentença em  $L$ . Cada instância do Esquema T somente apresenta as condições em que uma dada sentença é verdadeira, e o faz utilizando a própria sentença, mas não fornece um critério que possibilite decidir se ela é verdadeira ou falsa.

Se a minha interpretação é plausível, então Tarski não construiu uma definição genuinamente semântica, conforme a sua própria concepção de semântica. A definição que Tarski elaborou não lida com fatos, mas somente com sentenças de  $L$  e de  $ML$ . Seu interesse não é a conexão da sentença em  $L$  com o mundo, mas a conexão de cada sentença em  $L$  com a respectiva bicondicional em  $ML$ . O esquema T apresenta, em  $ML$ , as condições de verdade de uma sentença em  $L$ , desde que a estrutura de  $L$  esteja devidamente especificada. Essas afirmações encontram apoio na interpretação de Etchemendy (1988), que assinala que a definição tarskiana de verdade não ilumina as propriedades semânticas da linguagem objeto. Também encontra apoio em Chateaubriand, que chega a dizer que “a semântica tarskiana é, de fato, só aparentemente semântica” e que “as linguagens [ $L$  e  $ML$ ] não precisam ter qualquer conexão com o mundo, basta que tenham certas características lógicas” (1998, p. 27).

### **Referências bibliográficas**

- BARRIO, E. *La verdad desestructurada*. Buenos Aires: Eudeba, 1998.
- BRAIDA, C. R. Significatividade e verdade. *Kriterion*. Belo Horizonte, n. 105, p. 43-66, 2002.
- CHATEAUBRIAND, O. Semântica e ontologia. In: BRITO, A.; VALE, O. *Filosofia, linguística e informática: aspectos da linguagem*. Goiânia: Editora da UFG, 1998. p. 11-33.

- ETCHEMENDY, J. Tarski on truth and logical consequence. *Journal of symbolic logic*. Vol. 53, issue 1, p. 51-79, março de 1988.
- FREGE, G. Função e conceito. In: \_\_\_\_\_. *Lógica e filosofia da linguagem*. Traduzido por Paulo Alcoforado. São Paulo: Cultrix e Editora da USP, 1978. p. 33-57.
- GÓMES-TORRENTE, M. Alfred Tarski. In: ZALTA, E. N. (Ed.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Spring 2011 Edition. Acessível em <<http://plato.stanford.edu>>
- \_\_\_\_\_. The indefinability of truth in the ‘Wahrheitsbegriff’. *Annals of pure and applied logic*. n. 126, 2004, p. 27-37.
- HAACK, S. *Filosofia das lógicas*. Tradução de Cezar Augusto Mortari e Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora Unesp, 2002.
- KIRKHAM, R. *Teorias da verdade: uma introdução crítica*. Tradução de Alessandro Zir. São Leopoldo: Editora Unisinos, 2003.
- KLIMOVSKY, G.; BOIDO, G. *Las desventuras del conocimiento matemático*. Buenos Aires: AZ, 2005.
- SŁOMSKI, W. Popper’s philosophy of science and the semantics of A. Tarski.
- MORTARI, C. A. *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora Unesp; Imprensa Oficial do Estado, 2001.
- POPPER, K. R. *Conhecimento objetivo: uma abordagem evolucionária*. Tradução de Milton Amado. Belo Horizonte: Itatiaia, 1975.
- \_\_\_\_\_. *Conjecturas e refutações*. 3.ed. Tradução de Sérgio Bath. Brasília: Editora da UNB, 1994.
- RUSSELL, B. Da denotação. In: \_\_\_\_\_. *Ensaio escolhidos*. Tradução de Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Abril Cultural, 1978. p. 03-14.
- \_\_\_\_\_. *The Philosophy of logical atomism*. London: Routledge Classics, 2010.
- SUPPES, P. Philosophical implications of Tarski’s work. *Journal of Symbolic Logic*, vol. 53, n. 1, p. 80-91, 1988.
- TARSKI, A. A concepção semântica da verdade e os fundamentos da semântica. In: \_\_\_\_\_. *A concepção semântica da verdade*. Tradução de Celso Braida et al. São Paulo: Editora Unesp, 2007, p. 157-201. (2007a)
- \_\_\_\_\_. O conceito de verdade nas linguagens formalizadas. In: \_\_\_\_\_. *A concepção semântica da verdade*. Tradução de Celso Braida et al. São Paulo: Editora Unesp, 2007, p. 19-148. (2007b)
- \_\_\_\_\_. O estabelecimento da semântica científica. In: \_\_\_\_\_. *A concepção semântica da verdade*. Tradução de Celso Braida et al. São Paulo: Editora Unesp, 2007, p. 149-156. (2007c)

- \_\_\_\_\_. Verdade e demonstração. In: \_\_\_\_\_. *A concepção semântica da verdade*. Tradução de Celso Braida et al. São Paulo: Editora Unesp, 2007, p. 203-233. (2007d)
- YAGISAWA, T. Definição recursiva. In: AUDI, R. (Ed.). *Dicionário de filosofia de Cambridge*. Tradução: João Paixão Netto; Edwino Aloysius Royer et al. São Paulo: Paulus, 2006. p. 211.
- WITTGENSTEIN, L. *Tractatus logico-philosophicus*. Tradução e apresentação: José Arthur Giannotti. São Paulo: Companhia Editora Nacional e Editora da USP, 1968.

## Notas

- 1 “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas” foi originalmente publicado em polonês, em 1933. “O Estabelecimento da Semântica Científica” apareceu em polonês e também em alemão em 1936. “A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica” e “Verdade e Demonstração” apareceram em inglês, em 1944 e 1969, respectivamente. Cito esses textos conforme a tradução brasileira feita por Celso Braida, Cezar Mortari, Jesus Assis e Luiz Henrique Dutra, publicada em 2007 pela Unesp.
- 2 Essa interpretação tem também motivos práticos. Popper encontrou nas ideias de Tarski uma justificação do realismo. A atitude realista de Popper constitui-se como uma espécie de defesa contra ideologias subjetivistas, tais como o comunismo e o nazismo. Cf. Słomski, 2003, p. 192.
- 3 Barrio constata que a concepção tarskiana de verdade tem um status triplo: (i) é uma teoria matemática que define o conceito de verdade de modo a evitar paradoxos semânticos; (ii) é uma definição eliminativa da verdade, que incorpora esse conceito em uma metalinguagem que não contém conceitos semânticos e (iii) pretende reconstruir a ideia tradicional correspondentista de verdade. “O que sustento é que se tomamos seriamente o caráter eliminativo da definição da verdade de Tarski, não parece existir lugar para cumprir o terceiro objetivo: não parece haver motivo algum para compatibilizar a definição com a ideia de *verdade correspondentista*” (Barrio, 1998, p. 41 – grifo do autor; tradução nossa).
- 4 Esse é um exemplo simples de antinomia. Tarski cita outros (2007d, p. 211-213; 2007a, p. 167; 2007b, p. 25).
- 5 Na última fase da carreira essa ênfase na sentença enquanto classe parece ter sido minimizada. Considere-se, por exemplo, a definição de sentença oferecida que Tarski oferece em “Verdade e Demonstração”: “Sentenças

- são aqui tratadas como objetos linguísticos, como certas sequências de sons ou de signos escritos” (2007d, p. 204).
- 6 Tarski chama de ‘clássica’ a concepção mais comum entre os filósofos: a correspondentista.
  - 7 Esse é um comentário informal acerca das diferenças de L e ML. Para um detalhamento, cf. 2007b, p. 37-40.
  - 8 A descrição estrutural de uma expressão consiste em descrever a expressão como uma concatenação de elementos extraídos de uma lista finita e fixa de palavras ou letras.
  - 9 Axiomas constituem um conjunto de sentenças elegido como ponto de partida. Segundo Klimovsky e Boido (2005, p. 119), o uso das palavras ‘axioma’ e ‘teorema’ é tributário de Aristóteles, em cujo pensamento elas se aplicam, respectivamente, a verdades primárias, evidentes e a verdades deduzidas a partir delas.
  - 10 Tarski não redigiu uma formulação geral do seu método, mas somente expôs o seu funcionamento em certas linguagens. Cf. GOMES-TORRENTE, 2004, p. 28.
  - 11 A inspiração para esse exemplo vem de Kirkham, que expõe o método recursivo de Tarski com um exemplo acessível inclusive ao leitor sem formação em lógica (KIRKHAM, 2003, p. 210-215). Em comparação com Kirkham, o meu exemplo avança na formalização de L.
  - 12 Sentenças disjuntivas, condicionais e bicondicionais podem ser parafraseadas mediante certas combinações de negação e conjunção. Quero, com isso, dizer que a capacidade expressiva da nossa L não aumentará com o acréscimo dos operadores ‘ $\vee$ ’, ‘ $\rightarrow$ ’ e ‘ $\leftrightarrow$ ’.
  - 13 Tarski usa os termos ‘expressão elementar’ e ‘sentença elementar’, ao invés de ‘sentença atômica’, como é usual entre nós (Cf. 2007b, p. 57).
  - 14 Para um tratamento completo e acessível dessas e outras valorações, cf. MORTARI, 2001, p. 129 e ss.
  - 15 O que hoje chamamos ‘sentença aberta’ foi chamado por Tarski de ‘função sentencial’ (2007b, p. 57), por influência de Frege e Russell, que empregavam, respectivamente, as expressões ‘função’ e ‘função proposicional’. Cf. RUSSELL, 1978, p. 04; FREGE, 1978.
  - 16 Não vou me alongar nessas explicações básicas de quantificação de primeira ordem. Ao leitor interessado nesses e outros detalhes recomendo MORTARI, 2001, p. 98-117.
  - 17  $k$  é um número natural distinto de 0 (zero) que indica a posição em uma sequência. A ideia é um ordenamento enumerado que permitirá dizer, por ex., que o termo  $f_7$  deve ser correlacionado com a variável  $v_7$ .
  - 18 Kirkham (2003, p. 221-222) oferece exemplos muito interessantes de sequências infinitas de objetos que satisfazem sentenças abertas.

- 19 Nossa L é muito restrita para exemplificar isso adequadamente. Introduzo um exemplo à parte, inspirado em Haack (2002, p. 152): “a sequência <Curitiba, São Paulo, Porto Alegre...> satisfaz ‘ $(\exists x)$  (x é uma cidade entre y e z)’ porque, por exemplo, a sequência <Florianópolis, São Paulo, Porto Alegre> satisfaz ‘x é uma cidade entre y e z’”.
- 20 Tarski concede que Metafísica  $\Gamma$  7, 1011b26 é a mais antiga explicação filosófica da verdade. Cf. 2007d, p. 204.

---

## <sup>1</sup>Notas

<sup>1</sup> “O Conceito de Verdade nas Linguagens Formalizadas” foi originalmente publicado em polonês, em 1933. “O Estabelecimento da Semântica Científica” apareceu em polonês e também em alemão em 1936. “A Concepção Semântica da Verdade e os Fundamentos da Semântica” e “Verdade e Demonstração” apareceram em inglês, em 1944 e 1969, respectivamente. Cito esses textos conforme a tradução brasileira feita por Celso Braidá, Cezar Mortari, Jesus Assis e Luiz Henrique Dutra, publicada em 2007 pela Unesp.

<sup>2</sup> Essa interpretação tem também motivos práticos. Popper encontrou nas ideias de Tarski uma justificação do realismo. A atitude realista de Popper constitui-se como uma espécie de defesa contra ideologias subjetivistas, tais como o comunismo e o nazismo. Cf. Słomski, 2003, p. 192.

<sup>3</sup> Barrio constata que a concepção tarskiana de verdade tem um status triplo: (i) é uma teoria matemática que define o conceito de verdade de modo a evitar paradoxos semânticos; (ii) é uma definição eliminativa da verdade, que incorpora esse conceito em uma metalinguagem que não contém conceitos semânticos e (iii) pretende reconstruir a ideia tradicional correspondentista de verdade. “O que sustento é que se tomamos seriamente o caráter eliminativo da definição da verdade de Tarski, não parece existir lugar para cumprir o terceiro objetivo: não parece haver motivo algum para compatibilizar a definição com a ideia de *verdade correspondentista*” (Barrio, 1998, p. 41 – grifo do autor; tradução nossa).

<sup>4</sup> Esse é um exemplo simples de antinomia. Tarski cita outros (2007d, p. 211-213; 2007a, p. 167; 2007b, p. 25).

<sup>5</sup> Na última fase da carreira essa ênfase na sentença enquanto classe parece ter sido minimizada. Considere-se, por exemplo, a definição de sentença oferecida que Tarski oferece em “Verdade e Demonstração”: “Sentenças são aqui tratadas como objetos linguísticos, como certas sequências de sons ou de signos escritos” (2007d, p. 204).

<sup>6</sup> Tarski chama de ‘clássica’ a concepção mais comum entre os filósofos: a correspondentista.

<sup>7</sup> Esse é um comentário informal acerca das diferenças de L e ML. Para um detalhamento, cf. 2007b, p. 37-40.

<sup>8</sup> A descrição estrutural de uma expressão consiste em descrever a expressão como uma concatenação de elementos extraídos de uma lista finita e fixa de palavras ou letras.

<sup>9</sup> Axiomas constituem um conjunto de sentenças elegido como ponto de partida. Segundo Klimovsky e Boido (2005, p. 119), o uso das palavras ‘axioma’ e ‘teorema’ é tributário de Aristóteles, em cujo pensamento elas se

---

aplicam, respectivamente, a verdades primárias, evidentes e a verdades deduzidas a partir delas.

<sup>10</sup> 10 Tarski não redigiu uma formulação geral do seu método, mas somente expôs o seu funcionamento em certas linguagens. Cf. GÓMES-TORRENTE, 2004, p. 28.

<sup>11</sup> 11 A inspiração para esse exemplo vem de Kirkham, que expõe o método recursivo de Tarski com um exemplo acessível inclusive ao leitor sem formação em lógica (KIRKHAM, 2003, p. 210-215). Em comparação com Kirkham, o meu exemplo avança na formalização de L.

<sup>12</sup> 12 Sentenças disjuntivas, condicionais e bicondicionais podem ser parafraseadas mediante certas combinações de negação e conjunção. Quero, com isso, dizer que a capacidade expressiva da nossa L não aumentará com o acréscimo dos operadores ‘ $\vee$ ’, ‘ $\rightarrow$ ’ e ‘ $\leftrightarrow$ ’.

<sup>13</sup> 13 Tarski usa os termos ‘expressão elementar’ e ‘sentença elementar’, ao invés de ‘sentença atômica’, como é usual entre nós (Cf. 2007b, p. 57).

<sup>14</sup> 14 Para um tratamento completo e acessível dessas e outras valorações, cf. MORTARI, 2001, p. 129 e ss.

<sup>15</sup> 15 O que hoje chamamos ‘sentença aberta’ foi chamado por Tarski de ‘função sentencial’ (2007b, p. 57), por influência de Frege e Russell, que empregavam, respectivamente, as expressões ‘função’ e ‘função proposicional’. Cf. RUSSELL, 1978, p. 04; FREGE, 1978.

<sup>16</sup> 16 Não vou me alongar nessas explicações básicas de quantificação de primeira ordem. Ao leitor interessado nesses e outros detalhes recomendo MORTARI, 2001, p. 98-117.

<sup>17</sup> 17  $k$  é um número natural distinto de 0 (zero) que indica a posição em uma sequência. A ideia é um ordenamento enumerado que permitirá dizer, por ex., que o termo  $f_7$  deve ser correlacionado com a variável  $v_7$ .

<sup>18</sup> 18 Kirkham (2003, p. 221-222) oferece exemplos muito interessantes de seqüências infinitas de objetos que satisfazem sentenças abertas.

<sup>19</sup> 19 Nossa L é muito restrita para exemplificar isso adequadamente. Introduzo um exemplo à parte, inspirado em Haack (2002, p. 152): “a seqüência  $\langle$ Curitiba, São Paulo, Porto Alegre... $\rangle$  satisfaz ‘ $(\exists x)$  (x é uma cidade entre y e z)’ porque, por exemplo, a seqüência  $\langle$ Florianópolis, São Paulo, Porto Alegre $\rangle$  satisfaz ‘x é uma cidade entre y e z’”.

<sup>20</sup> 20 Tarski concede que Metafísica  $\Gamma$  7, 1011b26 é a mais antiga explicação filosófica da verdade. Cf. 2007d, p. 204.