

AVALIAÇÃO DA RAZÃO ÓTIMA E EFETIVIDADE DO HEDGE DAS COMMODITIES
AGRÍCOLAS NEGOCIADAS NA B3 COM O USO DO MODELO GARCH-BEKK¹

OPTIMAL RATIO EVALUATION AND HEDGE EFFECTIVENESS OF AGRICULTURAL COM-
MODITIES NEGOTIATED AT B3 WITH GARCH-BEKK MODEL USE

Diego Pitta de Jesus

Doutorando em Economia (UFPB)
Universidade Federal da Paraíba
diegojampa13@hotmail.com

Felipe Araújo de Oliveira

Graduado em Economia (UFPB)
Universidade Federal da Paraíba
felipe.8.araujo@yahoo.com.br

Sinézio Fernandes Maia

Doutor em Economia (UFPE)
Universidade Federal da Paraíba
sineziomaia@yahoo.com.br

RESUMO

Objetivo: Estimar a razão ótima e efetividade do *hedge* para as principais *commodities* negociadas na B3.

Fundamento: O mercado futuro através dos contratos futuros proporciona ao agente econômico denominado de *hedger* se proteger da volatilidade do mercado à vista. Os contratos futuros permitem tal agente "travar" o preço do produto financeiro até a data de vencimento mediante o pagamento de um prêmio à contraparte da negociação, ou seja, o *hedger* pode eliminar o risco da variação do preço de mercado via uma operação de *hedge*.

Método: As estimações das razões ótimas e efetividades do *hedge* foram realizadas via um modelo GARCH-BEKK. Para fins de comparação também foi usado um modelo estático, neste caso, o modelo MQO. As *commodities* que possuem contratos futuros na B3 escolhidas foram o açúcar cristal, o boi gordo, o café arábica 6/7, o etanol hidratado, o milho e a soja. A janela temporal usada foi de dezembro de 2013 até dezembro de 2016 com frequência diária.

Resultados: Estimar as razões e a efetividade do *hedge* considerando a totalidade da amostra não produz uma cobertura do *hedge* satisfatória. Entretanto, quando tratamos as quebras estruturais a

¹ Artigo recebido em: 29/01/2020. Revisado por pares em: 14/08/2020. Reformulado em: 03/02/2021. Recomendado para publicação: 05/04/2021 por Anna Paola Fernandes Freire (Editora Adjunta). Publicado em: 31/08/2021. Organização responsável pelo periódico: UFPB

partir do fracionamento das séries e aplicamos um filtro HP, o desempenho melhora de forma significativa.

Contribuição: Testar o desempenho do modelo BEKK com um grande grupo de *commodities* e, ao mesmo tempo, buscando melhorar a eficiência do *hedge* com a aplicação de um filtro de suavização das séries temporais e com o tratamento de quebras estruturais por meio do fracionamento das séries. Disponibilizar ao produtor agrícola uma posição ideal de *hedge* em tempo real, permitindo que mudanças abruptas no mercado sejam incorporadas na posição de risco, dessa forma, garantindo que a gestão do agronegócio seja mais eficiente e realista.

Palavras-chave: *Commodities*. B3. *Hedge*. Razão Ótima. BEKK-GARCH.

ABSTRACT

Objective: To estimate the optimal ratio and hedge effectiveness for the main commodities traded at B3.

Fundamentals: The futures market through futures contracts provides the economic agent called a hedger to protect itself from the volatility of the spot market. Futures contracts allow such an agent to "lock" the price of the financial product up to the maturity date by paying a premium to the trading counterparty, that is, the hedger can eliminate the risk of market price variation via a hedge transaction. .

Method: The estimations of the optimal ratios and hedge effectiveness were performed using a GARCH-BEKK model. For comparison purposes, a static model was also used, in this case, the MQO model. The commodities that have B3 futures contracts chosen were crystal sugar, live cattle, 6/7 Arabica coffee, hydrated ethanol, corn and soybeans. The time window used was from December 2013 to December 2016 with daily frequency.

Results: Estimating the ratios and effectiveness considering the entire sample does not produce satisfactory hedge coverage. However, when we treat structural breaks from fractionation of the series and apply an HP filter, performance improves significantly.

Contributions: Test the performance of the BEKK model with a large group of commodities and, at the same time, seeking to improve the efficiency of the hedge with the application of a time series smoothing filter and with the treatment of structural breaks through the series fractionation. Provide the agricultural producer with an ideal hedge position in real time, allowing abrupt changes in the market to be incorporated into the risk position, thus ensuring that agribusiness management is more efficient and realistic.

Key words: *Commodities*. B3. *Hedge*. Optimal Ratio. BEKK-GARCH.

1 INTRODUÇÃO

Os produtores e comerciantes de *commodities* agrícolas estão sujeitos a grandes oscilações nos preços destas mercadorias devido à própria dinâmica intrínseca a estes mercados. Com vistas a atender tais agentes em suas demandas por proteção ao risco provocado pelas flutuações dos preços à vista, os mercados futuros de *commodities* foram desenvolvidos.

O mercado futuro através dos contratos futuros² proporciona ao agente econômico denominado de *hedger* se proteger da volatilidade do mercado à vista. Os contratos futuros

² Hull (2009) define contrato futuro como sendo um acordo para a compra e venda de determinado ativo futuro com preço previamente indicado. Tais contratos são transacionados em Bolsas de Mercadorias e Valores organizadas, e sua assunção implica na obrigação de comprar ou vender o ativo negociado até a data de seu vencimento, podendo este ser liquidado anteriormente. Para que a negociação seja factível, os contratos devem ser padronizados de acordo com as especificações do ativo negociado.

permitem tal agente "travar" o preço do produto financeiro até a data de vencimento mediante o pagamento de um prêmio à contraparte da negociação, ou seja, o *hedger* pode eliminar o risco da variação do preço de mercado via uma operação de *hedge*.

Desse modo, o *hedge* se constitui como uma ferramenta de suma importância para uma economia, conseqüentemente, encontrar uma proporção adequada de posição em contratos futuros por meio do cálculo da razão ótima do *hedge* irá fornecer ao agente uma ferramenta eficiente de proteção contra a variância dos preços no mercado *spot*. Bodie *et al.* (2010) afirmam que após o agente definir a estratégia de *hedge* apropriada, o passo seguinte diz respeito a definição da quantidade e a estrutura de utilização de tal instrumento. De acordo com Zilli *et al.* (2008) a razão ótima de *hedge* é dada pela proporção de contratos negociados por meio da bolsa de valores em relação à quantidade total de contratos de venda negociados no mercado físico.

No Brasil, os produtores podem negociar contratos futuros na bolsa de valores brasileira, o Brasil, Bolsa e Balcão (B3). De acordo com Quintino (2013), a B3 alterou a forma de liquidação dos contratos futuros de várias *commodities* de física para financeira com o objetivo de oferecer mais liquidez a tais contratos. Atualmente, ocorre na B3 a negociação de contratos futuros de várias *commodities* agrícolas, tais como, açúcar cristal, boi gordo, café arábica 4/5, café arábica 6/7, etanol anidro, etanol hidratado, milho e soja.

Diversos trabalhos surgiram com o objetivo de calcular a quantidade apropriada (razão ótima) que o agente deve manter de contratos futuros para mitigar de forma eficiente o risco de preços. Ao mesmo tempo, tais trabalhos testaram a efetividade dessa estratégia de *hedge*. As primeiras estratégias utilizaram o método de variância mínima a partir do uso de modelos estáticos. Em seguida, foram introduzidos os modelos de variância condicional, sendo os primeiros os modelos ARCH e, posteriormente, os modelos da família GARCH. Nos últimos anos, um modelo da família GARCH que vem ganhando destaque é o modelo BEKK-GARCH de Baba, Engle, Kraft e Kroner.

A introdução dos modelos de variância condicional da família GARCH foi fundamental para a gestão do risco no agronegócio, pois modelos dinâmicos oferecem um valor de razão ótima variante no tempo, portanto, o produtor tem a sua disposição uma posição ideal de *hedge* em tempo real. Assim, mudanças abruptas no mercado podem já ser incorporadas na posição de risco e garantindo que a gestão do agronegócio seja mais eficiente e realista.

Stelzer (2008) afirma que nas classes dos modelos multivariados o BEKK-GARCH obtém destaque por ser geral. Dentre todos os modelos da família GARCH, apenas o VEC-GARCH possui uma característica mais geral do que a modelagem BEKK-GARCH e que mesmo assim, os casos de VEC-GARCH que não são representáveis via um modelo BEKK-GARCH são considerados degenerados. Além disso, o modelo BEKK garante que a matriz de variâncias e covariâncias seja positiva semi-definida em cada momento do tempo e proporciona redução da quantidade de parâmetros estimados em relação ao VEC e VEC-Diagonal. Engle & Kroner (1995) enfatizam que o modelo BEKK possui uma forma quadrática generalizada para a equação de covariância condicional que permite calcular o excesso de parâmetros de um modelo mais geral como o VEC. Portanto, o BEKK-GARCH se destaca por permitir alto grau de generalidade e, ao mesmo tempo, proporcionar parcimônia.

No Brasil, existem diversos trabalhos usaram o modelo BEKK para estimar a razão ótima e efetividade do *hedge*. Alguns autores encontraram um desempenho satisfatório do GARCH-BEKK com alguns produtos agrícolas, entretanto, outros autores reportaram dificuldades na obtenção da efetividade e da cobertura do *hedge* com o uso do BEKK quando aplicado a outro grupo de *commodities*, principalmente o boi gordo e o etanol hidratado. Nesse contexto, o presente trabalho pretende contribuir para a literatura testando o desempenho do modelo BEKK com um grande grupo de *commodities* e, ao mesmo tempo, buscando melhorar a eficiência do *hedge* com a aplicação

de um filtro de suavização das séries temporais e com o tratamento de quebras estruturais por meio do fracionamento das séries.

Assim, o objetivo do presente artigo é de estimar a razão ótima e efetividade do *hedge* para as principais *commodities* negociadas na B3 via um modelo GARCH-BEKK para o período de dezembro de 2013 até dezembro de 2016. Portanto, este artigo anseia verificar se as *commodities* que possuem contratos futuros na B3, tais como, açúcar cristal, boi gordo, café arábica 6/7, etanol hidratado, milho e soja, possam ter o risco de seus respectivos mercados *spot* mitigados com o uso de um modelo GARCH multivariado. Especificamente, o artigo buscar calcular a cobertura de *hedge* pelo método de variância mínima para comparar com o BEKK. O artigo também pretende tratar possíveis quebras estruturais fracionando as séries. Além disso, será verificado se a suavização das séries de retornos através do filtro Hodrick–Prescot (HP) pode proporcionar ganhos na cobertura do *hedge*.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Por meio da cobertura de mercado à vista de Johnson (1960) e Stein (1961), Ederington (1979) deu início a mensuração da razão ótima de *hedge*. O modelo utilizado por ele tem como base o método de estimação de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), de modo que a razão ótima é obtida a partir do coeficiente angular da regressão do preço *spot* em função do preço futuro.

Entretanto, a estimação da razão ótima do *hedge* via MQO é estática, pois a matriz de variância e covariância entre o preço *spot* e futuro é constante ao longo do tempo, além disso, tal método de estimação normalmente possui heterocedasticidade.

Myers & Thompson (1989) apontaram outra limitação do modelo MQO, eles afirmam que a matriz de variância e covariância condicional das variáveis do modelo dependem do conjunto de informações disponíveis no momento em que a decisão do *hedging* é realizada. Logo, a razão ótima do *hedge* é dinâmica ao longo do tempo, ou seja, deve ser ajustada continuamente a cada surgimento de nova informação (Oliveira Neto *et al.*, 2010).

A razão ótima do *hedge* passou a ser observada de outra maneira a partir da introdução de modelos de variância condicional, denominados de *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH), desenvolvidos por Engle (1982), que são modelos que incorporam em uma série temporal a ideia de que a variância do termo de erro possui uma correlação com a variável explicativa.

Nesse sentido, Bollerslev (1986) generalizou o modelo ARCH, com o objetivo de incorporar um número menor de parâmetros no modelo e, conseqüentemente, o tornando mais parcimonioso. Esse modelo é chamado de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Outro ponto a ser considerado é que o modelo GARCH pressupõe que a variância condicional além de depender do termo de erro defasado, também depende dele próprio defasado.

Dessa maneira, desde a generalização do modelo ARCH, surgiu uma família de modelos GARCH multivariados. Brooks (2008) afirma que os preços de *commodities* possuem a característica de heterocedasticidade, ou seja, suas matrizes de variância e covariância variam com o tempo. Conseqüentemente, a utilização de modelos MGARCH garantem um desempenho superior em relação aos modelos de *hedge* que não captam a mudanças temporais da matriz de variância e covariância, tais como, MQO, Vetores Autorregressivos (VAR) e *Error Correction Model* (VEC) (Monteiro *et al.*, 2010).

Dentre estes modelos MGARCH que foram aplicados no cálculo da razão ótima do *hedge* destacam-se o de correlação condicional constante de Bollerslev (1990), diagonal BEKK de Baba *et al.* (1990) e diagonal VECH de Baillie & Myers (1998) (Oliveira Neto *et al.*, 2010).

Engle & Kroner (1995) afirmam que estimar o modelo VECH GARCH pode ocasionar problemas, pois a matriz de variância e covariância condicional pode não ser definida positiva, conseqüentemente, impossibilitando o cálculo da função de probabilidade. Diante do número

extenso de parâmetros a serem estimados no VECH, estes autores desenvolveram uma forma quadrática generalizada para a equação de covariância condicional, com o propósito de contornar tal problema, denominado de modelo de Baba, Engle, Kraft e Kroner (BEKK) (Monteiro *et al.*, 2010).

No Brasil, Bitencourt, Silva & Sáfadi (2006) se propuseram a comparar o modelo convencional de regressão (MQO) com o modelo GARCH-BEKK bivariado para o mercado brasileiro do boi gordo. A conclusão do trabalho confirmou a suposição inicial de que a razão ótima de *hedge* é variável no tempo, sendo mais realista e desejável a utilização de modelos que considerem essa variação temporal na estimação, tal como o modelo GARCH-BEKK bivariado.

Müller *et al.* (2008) apresentaram estratégias de *hedge* a partir do *naive hedge*, MQO, VEC e BEKK para o mercado brasileiro de café. Os resultados apontaram que o melhor desempenho foi obtido pelo BEKK e a pior cobertura de risco foi alcançada pelo *naive hedge*. Contudo, os autores enfatizam que para operações de pequena escala, o MQO seria o mais indicado, pois obteve resultados satisfatórios de cobertura de risco e por possuir simplicidade de gerenciamento.

Oliveira Neto *et al.* (2010) verificaram a efetividade do *hedge* para o boi gordo mineiro e paulista, de modo que eles compararam o *hedge* completo com outras estratégias, tais como, VM, MQO, GMT, VEC, VECH, CCC e BEKK. Os resultados ilustraram que a melhor estratégia encontrada para cobertura de risco é a estratégia de cobertura completa. Também foi verificado que o método de mínimos quadrados foi superior aos métodos de cointegração e heterocedásticos.

Monteiro *et al.* (2010) estimaram a razão ótima e efetividade do *hedge* para o boi gordo, para as praças de Araçatuba, Campo Grande, Três Lagoas, Cuiabá, Goiânia e Noroeste do Paraná, entre 2002 e 2008. Utilizaram uma abordagem dinâmica via um modelo BEKK. Os resultados obtidos ilustraram que o *hedge* não foi efetivo, com efetividades próximas a zero.

Schlender, Silveira & Ceretta (2014) estimaram dinamicamente a razão de *hedge* ótimo para o mercado brasileiro de soja por um modelo *Dynamic Conditional Correlation-Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (DCC-GARCH). Os resultados mostraram que estratégias tradicionais de *hedge* podem se apresentar inconsistentes, uma vez que a razão ótima entre os mercados é variante no tempo. Contudo, ao se considerar a abordagem dinâmica é possível a obtenção de informações que auxiliam na redução do risco e na alocação de recursos de forma mais eficiente.

Silva, Neto & Machado (2016) verificaram a efetividade das operações de *hedge* do açúcar na B3 para os estados de São Paulo, Minas Gerais, Alagoas e Pernambuco. Os autores utilizaram a abordagem de Myers & Thompson (1989). Os resultados indicam que o mercado futuro do açúcar é efetivo na mitigação do risco de preços dos mercados à vista do açúcar apenas para os estados de São Paulo e Minas Gerais.

Souza *et al.* (2017) buscaram analisar a eficiência de diferentes estratégias de *hedge* do risco de preços do café brasileiro. As estratégias adotadas foram a ausência do *hedge*, o *naive hedge*, o MQO e o BEKK. Os resultados mostraram que a maior efetividade do *hedge* é obtida com o modelo BEKK e o que o uso dessa estratégia pode ocasionar na redução dos custos e despesas operacionais.

Gaio & Capitani (2019) analisaram o desempenho do *hedge* para o boi gordo na B3 considerando as principais praças produtoras do Brasil, avaliando a razão ótima e a efetividade do *hedge*. Os autores usaram uma derivação do modelo clássico de razão de *hedge* estática, incluindo um modelo de correção de erros (VEC) e, posteriormente, com a inclusão do BEKK para análise da razão e efetividade do *hedge* dinâmicos. Os autores encontraram uma baixa efetividade do *hedge*, sobretudo nas praças mais distantes da formação dos preços.

Capitani *et al.* (2019) propuseram a realização da estimação da razão ótima do *hedge* e sua efetividade para o *cross hedging* entre o etanol hidratado à vista e o contrato futuro do etanol

hidratado negociado na B3 e o contrato de açúcar n.11 negociado na Bolsa de Nova York. Os resultados apontaram para a não eficiência da adoção de ambos os contratos futuros na mitigação dos riscos dos preços à vista.

Patias *et al.* (2019) buscaram realizar um comparativo entre o modelo de regressão linear e o modelo de *hedge* dinâmico GARCH-DCC como estratégia para a redução na incerteza dos preços na cadeia produtiva da carne suína. De acordo com os autores os resultados obtidos a partir da regressão linear, possibilitaram a redução da oscilação dos preços em 29,36%, enquanto o modelo GARCH-DCC apresentou redução de 34,86%, sendo este segundo o modelo mais adequado.

Souza (2020) estimaram a razão ótima e efetividade do *hedge* para a soja utilizando modelos estáticos. De acordo com o autor, dentre os modelos propostos, a estratégia de *hedge* que apresentou maior efetividade na mitigação dos riscos, foi o modelo proposto por Engle e Granger adicionado um mecanismo de correção de erros. A cidade onde o *hedge* apresentou um melhor resultado de redução de riscos, foi o município de Cristalina, onde a redução se daria em torno de 54%, com ROH de 54,80%.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Razão Ótima e Efetividade do Hedge

A receita do *hedge* de acordo com Blank *et al.* (1991) e Stoll & Wharley (1993) pode ser especificada como:

$$R_h = S(p'_2 - p'_1) - F(f'_2 - f'_1) \quad (1)$$

Onde:

R_h = Receita do portfólio com posições nos mercados *spot* e futuro;

S = Tamanho da posição no mercado *spot*;

$p'_2 - p'_1$ = Diferença nos preços no instante t em relação ao instante $t-1$ no mercado *spot*;

$f'_2 - f'_1$ = Diferença nos preços no instante t em relação ao instante $t-1$ no mercado futuro.

Consequentemente, a razão de *hedge* é definida como $h=F/S$ e dividindo-se ambos os lados da equação (1) por S e aplicando-se a propriedade da variância, chega-se a seguinte expressão para o portfólio não *hedgeado*:

$$\sigma_h^2 = \sigma_s^2 - 2h^* \sigma_{sf} + h^* \sigma_f^2 \quad (2)$$

Onde:

σ_h^2 = Variância da receita por unidade de produto;

σ_s^2 = Variância da mudança do preço no mercado *spot*;

σ_{sf} = Covariância entre a mudança do preço o mercado *spot* e do preço futuro;

σ_f^2 = Variância da mudança do preço no mercado futuro.

Aplicando a teoria do portfólio para minimizar o risco do retorno via condição de primeira ordem e igualando a zero, encontra-se a razão do *hedge* que proporciona a receita de variância mínima, denominado de *hedge* ótimo (h^*):

$$h^* = \frac{\sigma_{sf}}{\sigma_f^2} = \frac{Cov(\Delta S_t, \Delta F_t)}{Var(\Delta F_t)} \quad (3)$$

De acordo com Chiodi *et al.* (2005), a efetividade do *hedge* é obtida quando se compara a variância do retorno em uma posição não *hedged*, com a variância do retorno de uma posição *hedged*, ou seja, a efetividade do *hedge*, expressa por e , pode ser vista como sendo a redução percentual da variância, isto é, o risco medido pela variância do portfólio que é eliminado pelo *hedge*. Isso é equivalente a seguinte expressão:

$$e = \frac{\sigma_{sf}^2}{\sigma_s^2 \sigma_f^2} \quad (4)$$

Assim, a efetividade do *hedge* quando se utiliza a razão ótima do *hedge*, nada mais é do que o quadrado do coeficiente de correlação linear entre as alterações nos preços do mercado *spot* e futuro, ou seja:

$$e = (\rho_{sf})^2 \quad (5)$$

Portanto, quando as mudanças nos preços do mercado à vista forem perfeitamente correlacionadas com as alterações nos preços do mercado futuro, a efetividade do *hedge* será máxima.

3.2 Modelo ARCH Multivariado Generalizado (BEKK-GARCH)

De acordo com Carter (1999), a literatura que abrange as séries de preços de ativos financeiros e agrícolas indica que tais séries possuem uma alta volatilidade, ocasionando erros de previsão baixos em determinados períodos e altos em outros períodos. Esta volatilidade pode ser atribuída a mudanças na política fiscal e monetária e/ou a fatores relacionados à própria *commodity*.

Com o objetivo de incorporar em uma série temporal que a variância do termo de erro possui alguma correlação com a variável independente, Engle (1982) introduz o modelo ARCH, que possui a seguinte fórmula:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1K} + \dots + \beta_k X_{Kt} + \varepsilon_t \quad (6)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \alpha_2 Y_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p Y_{t-p}^2 \quad (7)$$

Onde, ε_t é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída (*i.i.d.*) com média zero e Y_t é um modelo com heterocedasticidade.

Morettin & Tolloi (2004) afirmam que a condições necessárias para que seja possível ter variância fracamente estacionária³, para um modelo ARCH(p), são:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &> 0, \alpha_i > 0 \\ \forall_i &= 1, 2, 3, \dots, p \\ \sum \alpha_i &< 1 \end{aligned}$$

A utilização de modelos ARCH em séries financeiras é justificado na literatura devido ao fato de que tais séries são autocorrelacionadas. Os modelos ARCH podem ser generalizados para o

³ Gujarati & Porter (2011) informam que um processo estocástico pode ser considerado fracamente estacionário se sua média e variância forem constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos dependam apenas da distância entre eles.

modelo GARCH, de modo que a especificação dos modelos GARCH são mais parcimoniosas, em comparação com uma modelo AR ou MA (Bollerslev, 1986). A literatura apresenta argumentos que mostram que um modelo GARCH (1,1) é a especificação mais robusta verificada em aplicações de séries financeiras. O trabalho de Yang & Allen (2005) aponta que um modelo GARCH (1,1) por apresentar poucas restrições aos parâmetros são preferíveis aos modelos superparametrizados.

O modelo GARCH (1,1) pode ser representado pela seguinte expressão:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \dots + \beta_{kt} X_{kt} + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 Y_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (9)$$

De acordo com Morettin & Tolloi (2004) as condições de estacionariedade de um modelo GARCH (1,1) são:

$$\begin{aligned} \omega &> 0, \alpha_1 > 0 \\ \beta_1 &> 0 \\ \alpha_1 + \beta_1 &< 0 \end{aligned}$$

Como no caso de modelos ARCH, usualmente trabalhamos com a suposição de que os resíduos sejam normais ou *t-Student*, ou ainda, uma distribuição de erro generalizada. Resende (2014) mostra que uma sequência de variáveis aleatórias $X = (X_t)_{t \in \mathbb{N}}$, com valores em \mathbb{R}^m é um processo Autoregressivo de Heterocedasticidade Condicional Generalizado na modelagem BEKK de ordem $(p, q) \in \mathbb{N}^2$, denotado por BEKK-GARCH (p, q) , se satisfaz as seguintes condições:

1. Para todo $t \in \mathbb{N}$,

$$X_t = (H_t)^{1/2} \varepsilon_t$$

2. Para C, A_{ls} e B_{ls} matrizes $(m \times m)$, C positiva definida e $N \in \mathbb{N}$,

$$H_t = C + \sum_{l=1}^q \left(\sum_{s=1}^N A_{ls} X_{t-l} X'_{t-l} A'_{ls} \right) + \sum_{l=1}^p \left(\sum_{s=1}^N B_{ls} H_{t-l} A'_{ls} \right)$$

3. $(\varepsilon_t)_{t \in \mathbb{N}}$ é uma sequência de variáveis aleatórias *i.i.d.* em \mathbb{R}^m com distribuição normal $(0, I_m)$, para I_m a matriz identidade $(m \times m)$.

Souza *et al.* (2011) ilustra que é possível definir a razão ótima do *hedge*, quando o retorno é colocado em igualdade à variação do logaritmo do preço da *commodity*, pela seguinte fórmula:

$$b_{t-1} = \text{Cov}(\Delta s_t, \Delta f_t \mid \Omega_{t-1}) / \text{Var}(\Delta f_t \mid \Omega_{t-1}) \quad (10)$$

Onde:

b_{t-1} = Razão ótima do *hedge*;

s_t = Logaritmo do preço *spot*;

f_t = Logaritmo do preço futuro.

Ainda de acordo com Souza *et al.* (2011) ao considerar um BEKK-GARCH (1,1) bivariado, a razão ótima do *hedge* pode ser encontrada por meio da matriz de covariância condicional H_t que pode ser expressa por:

$$b_{t-1} = h_{21,t}/h_{22,t} \quad (11)$$

Onde, $h_{ij,t}$ é o elemento da i -ésima linha e j -ésima coluna da matriz de covariância condicional H_t e pode ser detalhada da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1}\varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{2,t-1}\varepsilon_{1,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

3.3 Base de Dados

A Tabela (1) ilustra as variáveis utilizadas para o cálculo da razão ótima e efetividade do *hedge*.

Tabela 1: Especificação das Séries Temporais dos Preços

Série Temporal	Unidade de Medida
Preço <i>Spot</i> da Soja ESALQ/B3 - Paraná	R\$/Saca de 60kg
Preço Futuro da Soja - SFIG17	R\$/Saca de 60kg
Preço <i>Spot</i> do Boi Gordo ESALQ/B3 - São Paulo	R\$/Arroba do Boi Gordo
Preço Futuro do Boi Gordo - BGIG17	R\$/Arroba do Boi Gordo
Preço <i>Spot</i> do Açúcar Cristal CEPEA/ESALQ - São Paulo	R\$/Saca de 50kg
Preço Futuro do Açúcar Cristal - ACSG17	R\$/Saca de 50kg
Preço <i>Spot</i> do Etanol Hidratado - Posto Paulínia (SP)	R\$/Litro
Preço Futuro do Etanol Hidratado - ETHG17	R\$/Litro
Preço <i>Spot</i> do Milho ESALQ/B3 - Campinas (SP)	R\$/Saca de 60kg
Preço Futuro do Milho - CCMG17	R\$/Saca de 60kg
Preço <i>Spot</i> do Café Arábica (6/7) CEPEA/ESALQ	R\$/Saca de 60kg
Preço Futuro do Café Arábica - KCH7-ICE	R\$/Saca de 60kg

Fonte: Dados da Pesquisa.

De acordo com o site da ESALQ/USP estas séries de preços de *commodities* possuem as seguintes especificações:

- Soja: em grão a granel, tipo exportação, conforme padrão do Conselho Nacional do Comércio Exterior - Concex: até 14% de umidade, até 2% de impurezas, e limites máximos de 8% para grãos avariados (até 5% ardidos) e 30% de grãos quebrados;
- Boi Gordo: bovino macho, castrado ou inteiro, comum e rastreado com 16 arrobas;
- Açúcar Cristal: com mínimo de polarização de 99,7 graus, máximo de 0,10% de umidade, cor ICUMSA mais frequente 130 -180, máximo de 0,07% de cinzas, ensacado em sacas novas de polipropileno, destinado ao mercado interno;
- Etanol Hidratado: em acordo com as especificações da Agência Nacional de Petróleo - ANP;
- Milho: amarelo semi-duro, tipo 2, de odor e aspectos normais, em bom estado de conservação, livre de bagas de mamona e outras sementes prejudiciais e insetos vivos, com até 14% de umidade, teor de impurezas máximo de 1% na peneira 3mm, máximo

de 6% de grãos ardidos ou brotados e livre de grãos mofados e até 12% de grãos quebrados, partidos ou chochos e

- Café Arábica: tipo 6, bebida dura para melhor, bem preparado, com até 86 defeitos por amostra de 300 gramas, o indicador refere-se a negócios no mercado lotes.

As amostras das cotações diárias do preço *spot* da soja, do boi gordo, do açúcar cristal, do etanol hidratado, do milho e do café arábica 6/7 negociadas na B3 foram coletadas no Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada - ESALQ/USP. Já as cotações diárias do preço futuro destes produtos foram obtidas no Sistema de Recuperação de Informações da B3, com exceção do contrato futuro do café arábica 6/7 em que foi utilizado o contrato negociado na ICE *Futures* que foi obtido por meio da *Reuters*.

De forma geral, o período de análise foi de dezembro de 2013 até dezembro de 2016, contudo, cada produto teve um período próprio de análise, ou seja, cada *commodity* possui um número de observações diferente⁴.

A legenda das variáveis utilizadas no estudo, bem como os seus respectivos períodos de análise podem ser visualizados na Tabela (2):

Tabela 2: Legenda das Variáveis

Variável	Série Temporal	Janela Temporal
P_Spot Soja	Preço <i>Spot</i> da Soja	02/01/2014-29/12/2016
R_Spot Soja	Retorno do Preço <i>Spot</i> da Soja	02/01/2014-29/12/2016
P_Fut Soja	Preço Futuro da Soja	02/01/2014-29/12/2016
R_Fut Soja	Retorno do Preço Futuro da Soja	02/01/2014-29/12/2016
P_Spot Boi Gordo	Preço <i>Spot</i> do Boi Gordo	02/12/2013-29/12/2016
R_Spot Boi Gordo	Retorno do Preço <i>Spot</i> do Boi Gordo	02/12/2013-29/12/2016
P_Fut Boi Gordo	Preço Futuro do Boi Gordo	02/12/2013-29/12/2016
R_Fut Boi Gordo	Retorno do Preço Futuro do Boi Gordo	02/12/2013-29/12/2016
P_Spot Açúcar	Preço <i>Spot</i> do Açúcar Cristal	25/02/2014-22/12/2016
R_Spot Açúcar	Retorno do Preço <i>Spot</i> do Açúcar Cristal	25/02/2014-22/12/2016
P_Fut Açúcar	Preço Futuro do Açúcar Cristal	25/02/2014-22/12/2016
R_Fut Açúcar	Retorno do Preço Futuro do Açúcar Cristal	25/02/2014-22/12/2016
P_Spot Etanol	Preço <i>Spot</i> do Etanol Hidratado	02/01/2014-29/12/2016
R_Spot Etanol	Retorno do Preço <i>Spot</i> do Etanol Hidratado	02/01/2014-29/12/2016
P_Fut Etanol	Preço Futuro do Etanol Hidratado	02/01/2014-29/12/2016
R_Fut Etanol	Retorno do Preço Futuro do Etanol Hidratado	02/01/2014-29/12/2016
P_Spot Milho	Preço <i>Spot</i> do Milho	18/11/2014-29/12/2016
R_Spot Milho	Retorno do Preço <i>Spot</i> do Milho	18/11/2014-29/12/2016
P_Fut Milho	Preço Futuro do Milho	18/11/2014-29/12/2016
R_Fut Milho	Retorno do Preço Futuro do Milho	18/11/2014-29/12/2016
P_Spot Café	Preço <i>Spot</i> do Café Arábica	17/07/2014-21/10/2016
R_Spot Café	Retorno do Preço <i>Spot</i> do Café Arábica	17/07/2014-21/10/2016
P_Fut Café	Preço Futuro do Café Arábica	17/07/2014-21/10/2016
R_Fut Café	Retorno do Preço Futuro do Café Arábica	17/07/2014-21/10/2016

Fonte: Dados da Pesquisa.

⁴ Devido a questões relacionadas à disponibilidade de informações e também por aspectos relacionados com o tratamento dos dados. Assim, as observações a partir do ano de 2017 foram excluídas em algumas séries, fechando a janela temporal em dezembro de 2016.

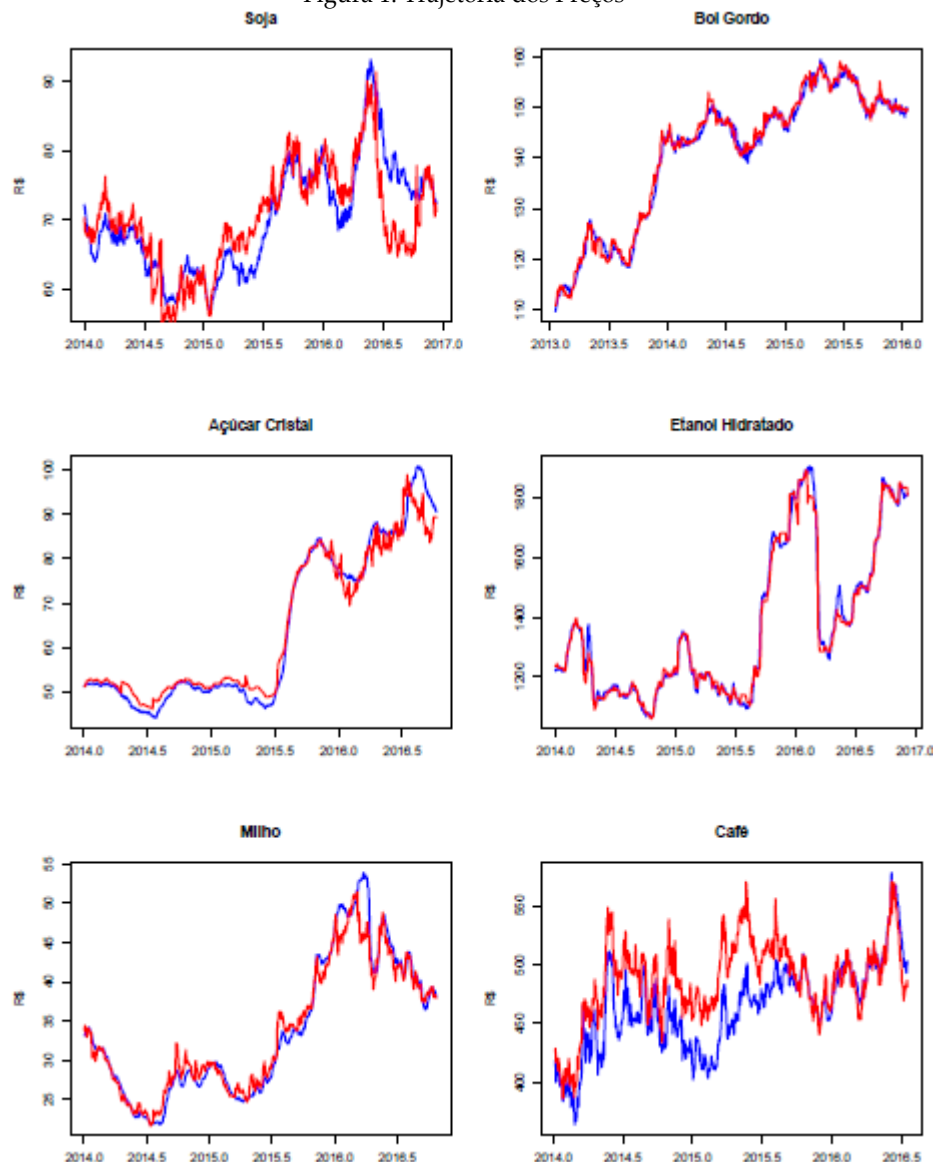
Os retornos das séries de preços foram obtidos pelo logaritmo da diferença dos preços: $r = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1})$, em que r é o retorno.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Análise das Variáveis

Inicialmente será ilustrada a trajetória temporal dos preços e retornos das séries *spot* das *commodities* escolhidas e posteriormente dos preços e retornos futuros.

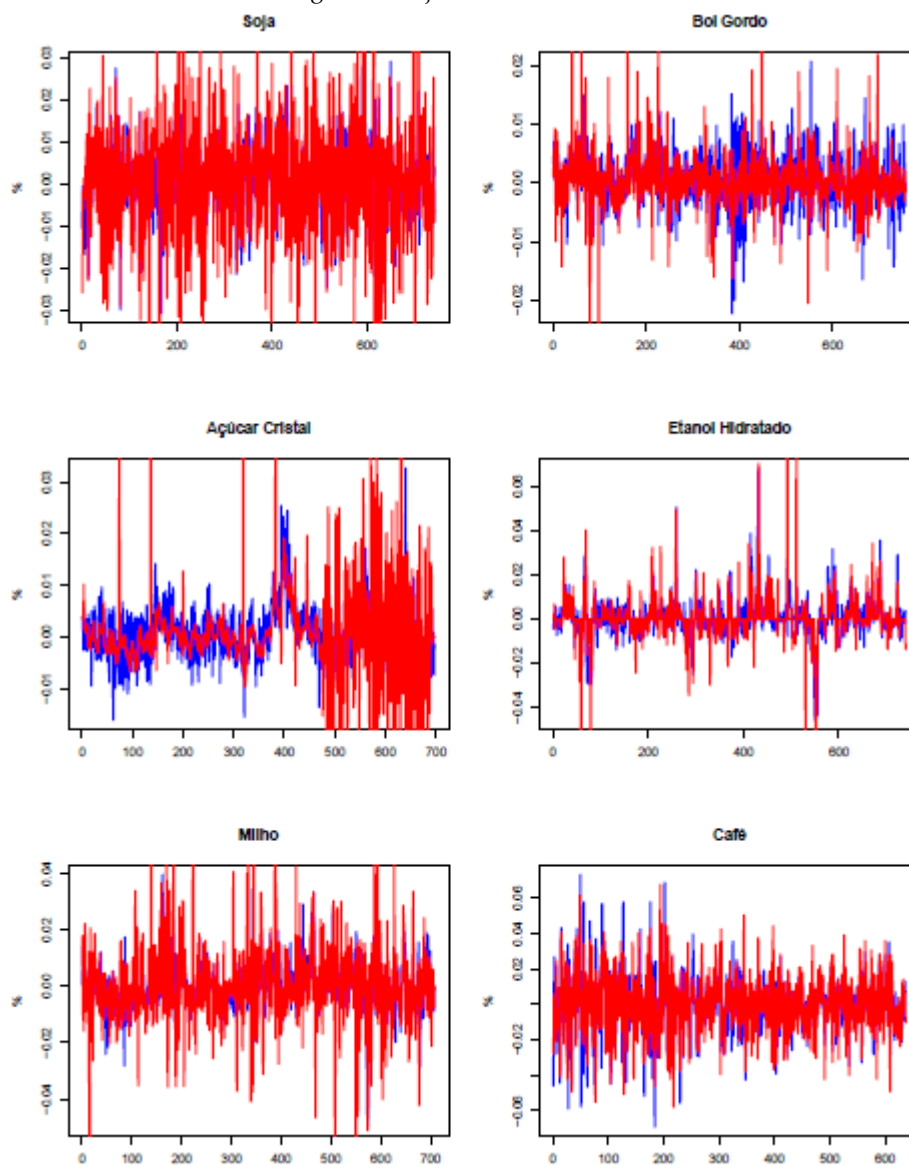
Figura 1: Trajetória dos Preços



Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: A cor azul se refere ao mercado à vista e a cor vermelha ao mercado futuro.

Figura 2: Trajetória dos Retornos



Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: A cor azul se refere ao mercado à vista e a cor vermelha ao mercado futuro.

É possível verificar na Figura (1) que todas as séries de preços possuem uma tendência crescente, entretanto, os preços da soja e do milho a partir de 2016 entraram em um movimento de queda. Também se pode observar que os preços do açúcar cristal e do etanol hidratado sofrem uma possível quebra-estrutural, praticamente no mesmo período (meados de 2015). Outra potencial quebra-estrutural nos preços destas duas *commodities* ocorreu no início de 2016, evidenciando que ambas as séries possuem movimentos similares.

O preço *spot* e futuro da soja apresenta um amplo intervalo entre o seu ponto mínimo e máximo, além de apresentar um comportamento muito volátil. As séries de preços *spot* e futuro do boi gordo não apresentam diferenças significativas entre si e ambas apresentam uma forte taxa de crescimento do início até o fim da série.

A Figura (2) mostra que os retornos futuros da soja e do milho se apresentam mais voláteis que seus respectivos retornos *spot* e que isso também ocorre com o açúcar cristal a partir do dia 10/03/2016. Com o café, o retorno futuro no fim de 2016 demonstra maior volatilidade em relação ao *spot*. Esses fatos não eram esperados, o comum é que o mercado *spot* seja mais volátil que o mercado futuro, pois se essa premissa não for válida, a performance do *hedge* pode ser prejudicada,

devido ao fato que o *hedger* utiliza o mercado futuro como um instrumento para mitigar o risco do mercado *spot* e se este se mostra mais arriscado que o *spot*, então, a operação de *hedge* pode não ser eficiente.

Outro fato interessante que pode ser visto por meio da Figura (2) é que todas as séries de retornos possuem vários pontos aberrantes (*outliers*), principalmente os mercados futuros.

4.2 Estacionariedade e Raiz Unitária

Para verificar se as variáveis são estacionárias foram escolhidos os testes de Augmented Dickey-Fuller (ADF), Phillips-Perron (PP) Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS).

Tabela 3: Testes de Estacionariedade e Raiz Unitária

	ADF		PP		KPSS	
	P	p-valor	t-ajustado	p-valor	LM-t	p-valor
P_Spot Soja	-2,266	0,466	-8,389	0,642	6,275	0,010
R_Spot Soja	-6,752	0,010	-683,360	0,010	0,151	0,100
P_Fut Soja	-2,103	0,535	-13,294	0,368	3,935	0,010
R_Fut Soja	-9,261	0,010	-733,370	0,010	0,054	0,100
P_Spot Boi Gordo	-1,580	0,756	-3,524	0,911	8,947	0,010
R_Spot Boi Gordo	-6,366	0,010	-944,500	0,010	0,659	0,017
P_Fut Boi Gordo	-1,438	0,816	-4,091	0,882	8,945	0,010
R_Fut Boi Gordo	-7,928	0,010	-716,170	0,010	0,495	0,043
P_Spot Açúcar	-2,809	0,236	-3,701	0,903	8,414	0,010
R_Spot Açúcar	-4,383	0,010	-653,060	0,010	0,440	0,060
P_Fut Açúcar	-2,018	0,571	-6,130	0,768	8,479	0,010
R_Fut Açúcar	-8,119	0,010	-740,240	0,010	0,206	0,100
P_Spot Etanol	-2,293	0,454	-6,737	0,734	5,904	0,010
R_Spot Etanol	-7,013	0,010	-515,760	0,010	0,122	0,100
P_Fut Etanol	-2,328	0,439	-7,447	0,694	5,911	0,010
R_Fut Etanol	-8,012	0,010	-717,650	0,010	0,119	0,100
P_Spot Milho	-2,342	0,433	-5,028	0,829	7,145	0,010
R_Spot Milho	-6,900	0,010	-617,850	0,010	0,325	0,100
P_Fut Milho	-2,360	0,426	-8,307	0,646	7,533	0,010
R_Fut Milho	-9,310	0,010	-637,290	0,010	0,199	0,100
P_Spot Café	-4,236	0,010	-34,428	0,010	5,818	0,010
R_Spot Café	-8,941	0,010	-678,34	0,010	0,017	0,100
P_Fut Café	-3,953	0,011	-27,015	0,017	2,261	0,010
R_Fut Café	-9,057	0,010	-700,09	0,010	0,047	0,100

Fonte: Dados da Pesquisa.

Na Tabela (3) é possível perceber que todas as séries de preços das *commodities* possuem raiz unitária, ou seja, são não estacionárias. Já as séries dos retornos, podem ser consideradas estáveis temporalmente. Portanto, com o propósito de evitar estimações e resultados espúrios, optou-se em utilizar as variáveis de retorno dos preços para os cálculos das razões ótimas e as efetividades do *hedge*.

Em seguida será realizado um teste de quebra-estrutural de Zivot-Andrews para verificar se existe a possibilidade de se usar as janelas temporais completas na estimação do modelo BEKK ou se é necessário dividir tais séries (vide Tabela (4)).

Tabela 4: Teste de Quebra-Estrutural de Zivot-Andrews

Variável	ZA	Quebra
R_Spot Soja	-24,3112	10/06/2016
R_Fut Soja	-29,2633	28/06/2016
R_Spot Boi Gordo	-32,9212	31/07/2014
R_Fut Boi Gordo	-27,0137	30/07/2014
R_Spot Açúcar	-22,6711	28/08/2015
R_Fut Açúcar	-35,2700	02/09/2015
R_Spot Etanol	-17,2865	04/03/2016
R_Fut Etanol	-22,9512	23/02/2016
R_Spot Milho	-19,3259	01/06/2016
R_Fut Milho	-24,2890	18/11/2014
R_Spot Café	-26,7184	01/08/2014
R_Fut Café	-27,7704	06/10/2014

Fonte: Dados da Pesquisa.

A Tabela (4) evidencia que todas as séries de retornos possuem quebra-estrutural. Esse fato já era esperado, pois normalmente séries financeiras apresentarem mudança estrutural, devido à alta sensibilidade do mercado *spot* e futuro de *commodities* à novas informações. Possíveis explicações para a existência da quebra-estrutural no mercado de etanol e açúcar são o aumento da mistura do etanol na gasolina e a queda na exportação de açúcar. No caso da soja, a principal causa está associada a queda de 45% da safra. Já no caso do boi gordo, uma explicação é a valorização do bezerro em 2014. Por fim, uma forte queda nas safras do milho e café podem justificar a mudança estrutural. Dada as quebras-estruturais, torna-se necessário dividir cada série em dois períodos, pois se considerarmos o ponto de quebra na amostra os resultados do *hedge* poderão ser prejudicados. Abaixo seguem as divisões de cada série em duas janelas temporais:

Tabela 5: Especificação das Janelas Temporais

Variável	Janela 1	Janela 2
R_Spot Soja/R_Fut Soja	02/01/2014-09/06/2016	29/06/2016-29/12/2016
R_Spot Boi Gordo/R_Fut Boi Gordo	02/12/2013-29/07/2014	01/08/2014-29/12/2016
R_Spot Açúcar/R_Fut Açúcar	25/02/2014-27/08/2015	03/09/2015-22/12/2016
R_Spot Etanol/R_Fut Etanol	02/01/2014-22/02/2016	07/03/2016-29/12/2016
R_Spot Milho/R_Fut Milho	19/11/2014-31/05/2016	02/06/2016-29/12/2016
R_Spot Café/R_Fut Café	20/05/2014-31/07/2014	07/10/2014-20/12/2016

Fonte: Dados da Pesquisa.

Portanto, serão realizadas duas estimações do modelo BEKK, uma para as observações que estão inseridas na Janela 1 e outra para as informações da Janela 2.

Tabela 6: Teste de Cointegração de Johanssen

	rank(r) Cointegrante	$\lambda_{traço}$	Valor Crítico 95%
Soja	$r \leq 1$	6,10	12,25
	$r \leq 0$	30,09	25,32
Boi Gordo	$r \leq 1$	6,16	12,25
	$r \leq 0$	134,72	25,32
Açúcar	$r \leq 1$	4,45	12,25
	$r \leq 0$	57,11	25,32
Etanol	$r \leq 1$	3,82	12,25
	$r \leq 0$	73,51	25,32
Milho	$r \leq 1$	5,67	12,25
	$r \leq 0$	79,08	25,32
Café	$r \leq 1$	13,32	12,25
	$r \leq 0$	31,50	25,32

Fonte: Dados da Pesquisa.

A Tabela (6) ilustra que existe cointegração entre o preço *spot* e futuro de todas as *commodities*, ou seja, os mercados à vista e futuro possuem uma relação de longo prazo. Para evitar a perda de informações relacionadas ao longo prazo, foi incluído os parâmetros de correção de erro.

4.2 Estimação do Modelo BEKK-GARCH (1,1)

Os resultados das razões ótimas e efetividades obtidas da estimação do modelo BEKK (1,1) em anexo indicaram que a redução do risco se aproxima de zero em quase todos os produtos, ou seja, a operação de *hedge* não foi efetiva em mitigar o risco do mercado à vista. Apenas a soja e o café obtiveram valores longe de zero.

Desse modo, neste artigo também se optou por suavizar as séries temporais através de um Filtro de Hodrick-Prescott⁵ antes das estimações, para verificar se com séries mais estáveis existe ganho na capacidade de redução do risco. Abaixo seguem as estimações das séries já filtradas:

Tabela 7: Estimação dos Parâmetros do Modelo BEKK (1,1) – Janela 1

	Soja	Boi Gordo	Açúcar	Etanol	Milho	Café
c_1	0,00007	-0,0007***	-0,0007***	0,0007	0,0022***	-0,0009
c_2	-0,0002	-0,0007***	-0,0005***	0,0007	0,0019***	0,0006
b_1	0,0048**	0,0002	0,0003***	0,0005	0,0005***	1,1387***
b_2	0,0136***	0,0001	0,0001***	0,0001***	0,0004	0,0001*
β_{11}	0,8844***	0,7579***	0,9999***	0,9558***	0,7487	0,8732
β_{22}	0,0990	0,9124***	0,9183***	0,7203***	0,3610	0,4808
α_{11}	0,0000	0,0000	0,0135	0,4468	0,5306	0,8718
α_{22}	0,4947***	0,0365	0,0252	0,2926*	0,8030	0,0479

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: (***) indica a rejeição da hipótese nula a 1%. (**) indica a rejeição da hipótese nula a 5% e (*) indica a rejeição da hipótese nula a 10%.

A Tabela (7) mostra a estimação dos parâmetros do modelo BEKK (1,1) para a Janela 1. Em relação aos parâmetros de correção de erro b_1 e b_2 , que ilustram a velocidade de convergência entre os retornos e suas relações de longo prazo, pode-se ver que em todas as *commodities* o parâmetro do mercado *spot* é maior que o do futuro. Em relação aos parâmetros c_1 e c_2 , apenas o café arábica apresenta sinais invertidos, evidenciando descompasso das médias dos mercados *spot*

⁵ O fator lambda utilizado foi de 14.400. Esse valor é o recomendado para séries diárias.

e futuro. Também pode-se perceber que apenas no boi gordo o parâmetro de persistência do mercado futuro é mais elevado que o do mercado *spot*.

Já na Janela 2, a soja, o café e o etanol hidratado apresentam sinais contrários nos parâmetros c_1 e c_2 , indicando que existe um descompasso na média dos mercados à vista e futuro.

Em relação aos parâmetros de persistência, diferentemente da Janela 1, apenas na soja a magnitude do parâmetro do mercado *spot* é superior ao mercado futuro.

Tabela 8: Estimação dos Parâmetros do Modelo BEKK (1,1) – Janela 2

	Soja	Boi Gordo	Açúcar	Etanol	Milho	Café
c_1	-0,0005***	0,0004**	0,0001	-0,0003	-0,0019***	0,0002*
c_2	0,0025***	0,0005*	0,0006***	0,0001	-0,0015***	-0,0004***
b_1	0,0004***	0,0009	0,0014***	0,0010	0,0006***	0,0004
b_2	0,0005	0,0049***	0,0022	0,0001	0,0002***	0,0002
β_{11}	0,7127***	0,8809***	0,9181***	0,6962***	0,8499***	0,9600***
β_{22}	0,5057***	0,9199***	0,6588***	0,8671***	0,9854***	0,9999***
α_{11}	0,4732*	0,3962***	0,2983*	0,3297	0,0000	0,0475
α_{22}	0,1188	0,0641	0,9999***	0,0464	0,0000	0,0453

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: (***) indica a rejeição da hipótese nula a 1%. (**) indica a rejeição da hipótese nula a 5% e (*) indica a rejeição da hipótese nula a 10%.

Considerando a Janela 1, os cálculos das razões ótimas e efetividades do *hedge* se mostraram satisfatórios. A maior efetividade foi obtida pelo café arábica, alcançando cerca de 99,53%. Já a menor efetividade ocorreu no boi gordo, com valor de 9,48% (vide Tabela 8).

A soja se mostrou a *commodity* que necessita de uma maior posição no mercado futuro, com razão ótima de 1,45 e o milho a que menos precisa de posição em contratos futuros, entretanto, com o valor negativo de -0,44, indicando que o agente deve aumentar sua posição financeira no mercado à vista.

Tabela 9: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por BEKK (1,1) – Janela 1

	Razão Ótima	Efetividade	$Cov(S_{t-1}, F_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(S_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(F_{t-1} \Omega_{t-1})$
Soja	1,45	83,41%	0,00002129	0,00003689	0,00001473
Boi Gordo	0,27	9,48%	0,00000037	0,00000104	0,00000137
Açúcar	0,53	59,78%	0,00000427	0,00000382	0,00000799
Etanol	0,78	61,00%	0,00000454	0,00000584	0,00000578
Milho	-0,44	96,40%	-0,00001495	0,00000680	0,00003410
Café	0,80	99,53%	0,00035537	0,00028680	0,00044239

Fonte: Dados da Pesquisa.

Considerando a Janela 2, a maior efetividade do *hedge* foi alcançada pelo etanol hidratado, chegando ao valor de 99,96%, ou seja, quase 100% de efetividade. O menor valor de efetividade foi obtido pelo café arábica, atingindo cerca de 35,94%, mas com a razão ótima perto de zero.

Ainda considerando esta janela temporal, o boi gordo foi o produto que mais necessitou de uma maior proporção de contratos futuros para mitigação do risco no mercado *spot*.

Tabela 10: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por BEKK (1,1) – Janela 2

	Razão Ótima	Efetividade	$Cov(S_{t-1}, F_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(S_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(F_{t-1} \Omega_{t-1})$
Soja	0,59	99,84%	0,00003576	0,00002130	0,00006012
Boi Gordo	1,42	98,37%	0,00000182	0,00000262	0,00000128
Açúcar	-0,93	54,75%	-0,00000433	0,00000738	0,00000465
Etanol	0,43	99,96%	0,00144191	0,00061819	0,00336438
Milho	0,98	98,66%	0,00009525	0,00009463	0,00009718
Café	0,10	35,94%	0,00001315	0,00000349	0,00013784

Fonte: Dados da Pesquisa.

Sem o filtro HP o modelo BEKK não se mostrou eficiente na cobertura do *hedge*, principalmente para o boi gordo, o etanol e o açúcar. A efetividade do *hedge* para o boi gordo foi de apenas 0,06%, a do açúcar de 3,70% e a do etanol de 1,33%. Esses valores estão em concordância com o encontrado em alguns trabalhos da literatura que reportaram baixas efetividades do *hedge* para estes três produtos. Santos & Maia (2016) também corrobora a dificuldade de encontrar resultados satisfatórios para o açúcar e o etanol, em que os autores encontraram valores de 2,5% para o açúcar e de zero para o etanol. Para o boi gordo, Oliveira Neto *et al.* (2010), Monteiro *et al.* (2010) e Gaio & Capitani (2019) também usaram o modelo BEKK e constataram a não efetividade do *hedge*. Capitani *et al.* (2019) com o modelo BEKK não encontraram resultados satisfatórios para o etanol hidratado.

Quando comparamos os resultados apresentados na Tabela (9) e Tabela (10) com os resultados obtidos na Tabela (13) em anexo, pode-se perceber que a suavização das séries pela aplicação do filtro HP e o fracionamento das séries proporcionaram ganhos na cobertura e efetividade do *hedge*. Na soja os ganhos de efetividade do *hedge* foram de 60,61% (janela 1) e 77,04% (janela 2). No boi gordo ganhos de 9,42% (janela 1) e 98,31% (janela 2). No açúcar ganhos de 56,08% (janela 1) e 51,05% (janela 2). No etanol os ganhos foram de 59,67% (janela 1) e 98,63% (janela 2). No milho ganhos de 87,79% (janela 1) e 90,05% (janela 2). Por fim, no café ganho de 51,73% (janela 1) e perda de 11,86% (janela 2). Considerando as duas janelas o melhor desempenho foi obtido com o milho.

É bastante comum na literatura a comparação entre modelos que realizam o cálculo das razões ótimas de *hedge* de forma estática e dinâmica. Para fins de comparação foi realizado o mesmo procedimento com um modelo MQO. Neste caso, foi estimado um MQO com a amostra completa e sem filtro HP e os resultados da cobertura de *hedge* não se mostraram satisfatórios. Contudo, quando usamos as amostras fracionadas estruturais e aplicamos o filtro HP, os resultados melhoram de forma significativa. Todavia, quando comparado ao modelo BEKK, os resultados do MQO se apresentam inferiores.

Diante dos resultados expostos, percebe-se que com a suavização dos dados, o modelo da família GARCH multivariado utilizado para o cálculo de razão ótima e efetividade do *hedge* consegue mitigar o risco da carteira de *commodities* da B3 de forma satisfatória. Principalmente, a partir da Janela 2, que corresponde aos dados mais recentes. Portanto, a suavização e o fracionamento das séries temporais permitiram que o modelo BEKK-GARCH fornecesse de forma geral razões ótimas que proporcionaram coberturas de risco com elevados níveis de efetividade.

Nesse contexto, as opções que este estudo propõe para o *hedger* é utilizar a ferramenta do *hedge* via um modelo dinâmico, como o proposto pelo estudo. Pois, se o *hedger* fundamenta a sua decisão de manter uma determinada quantidade de contratos futuros para mitigar o risco do mercado à vista em um modelo estático, ou seja, escolhendo uma razão de *hedge* e a mantendo ao longo do tempo, então, na realidade tal agente pode estar subestimando ou superestimando a real razão de *hedge*.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo conseguiu atingir o objetivo inicialmente proposto que é de estimar a razão ótima e efetividade do *hedge* para as principais *commodities* negociadas na B3 por um modelo GARCH-BEKK para o período de dezembro de 2013 até dezembro de 2016. Portanto, este artigo verificou se as *commodities* que possuem contratos futuros na B3, tais como, açúcar cristal, boi gordo, café arábica 6/7, etanol hidratado, milho e soja, possam ter o risco de seus respectivos mercados *spot* mitigados via um modelo GARCH multivariado.

Os resultados da estimação do modelo BEKK com amostra completa e sem filtro evidenciaram uma cobertura do *hedge* próxima de zero. Esse fato concorda com boa parte da literatura que encontrou uma baixa efetividade do *hedge* com o uso de modelos dinâmicos. Assim como na literatura, os piores desempenhos foram verificados para o boi gordo, o açúcar e o etanol hidratado. O mesmo foi encontrado com uma modelo estático. Entretanto, quando aplicamos o filtro-HP e o fracionamento das séries para tratar das quebras estruturais, as razões ótimas estimadas possuem um grau elevado de efetividade.

Considerando as duas janelas temporais de análise, o milho mostrou-se a *commodity* agrícola listada na B3 com o melhor desempenho via modelagem BEKK-GARCH, apesar de que na Janela (1) o sinal da razão ótima foi negativo, indicando que a posição no mercado *spot* deve aumentar.

Portanto, fica evidente que o mercado futuro é uma ferramenta importante para gestão de risco na comercialização agrícola e oferece um grande auxílio na hora da venda da produção, dissipando parte das incertezas que recobrem os preços esperados. O *hedge* se apresentou um mecanismo interessante para garantir aos integrantes do mercado de *commodities* no Brasil uma redução do risco de mercado. Dessa forma, o conhecimento da efetividade e da razão ótima de *hedge* entre o mercado físico e futuro é uma ferramenta adicional que traz maior confiabilidade para os *hedgers*, garantindo maior eficiência e melhora a condição de planejamento das operações. Isso ilustra a importância dos preços futuros e a vista na tomada de decisão dos agentes envolvidos no mercado agrícola.

Assim, o presente estudo ilustra que o tratamento das quebras estruturais e a suavização das séries são procedimentos que podem ajudar a melhorar a eficiência das estimações dos modelos que se propõe a estimar a razão ótima e efetividade do *hedge*, sendo modelos dinâmicos ou estáticos.

Entretanto, o presente estudo possui algumas limitações que deverão ser implementadas em futuras versões. A principal é considerar um modelo com distribuição de probabilidade simétrica, pois já é amplamente conhecido que geralmente séries financeiras possuem distribuições de probabilidade com grande assimetria e curtose, sendo muitas dela do tipo "fat tails". Portanto, é necessário testar se os resultados encontrados se mantêm com modelos de distribuições assimétricas, como, por exemplo, uma log-normal. Outra limitação é que a ocorrência de quebra estrutural foi tratada da maneira mais simples fracionando as séries. Uma alternativa é usar modelos *threshold* que já incluem o tratamento de quebras estruturais.

REFERÊNCIAS

- Baba, Y., Engle, R. F., Kraft, D. F., & Kroner, K. F. (1990). *Multivariate simultaneous generalized ARCH*. San Diego: University of California. Mimeo.
- Baillie, R. T., & Myers, R. J. (1998). Modeling commodity price distributions and estimating the optimal futures hedge. *Working Paper*. Nova Iorque: University of Columbia.
- Bitencourt, W. A., Silva, W. S., & SÁFADI, T. (2006). Hedge dinâmicos: uma evidência para os contratos futuros brasileiros. *Organizações Rurais & Agroindustriais*, 8(1), 71-78.

- Blank, S. C., Carter, C. A., & Schmiesing, B. H. (1991). *Future and Options Markets: Trading in Commodities and Financials*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2010). *Investimentos*. (8a. ed.). Porto Alegre: Artmed.
- Bollerslev, T. (1986). Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.
- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498–505.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. (2a ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Capitani, D. D., Tonin, J. M., & Júnior, J. C. C. (2019). Estratégias de hedge para o etanol brasileiro: análise a partir de operações de contratos futuros doméstico e estrangeiros. *Revista de Ciências da Administração*, 21(53), 22-38.
- Carter, C. A. (1999). Commodity futures markets: a survey. *Australian Journal of Agriculture and Resource Economics*, 43(s.n.), 209-247.
- Chiodi, L., Geraldini Júnior, E. A., Marques, P. V., & Martines Filho, J. G. (2005). Análise da efetividade de hedging, com os contratos futuros de soja na BM&F e CBOT. *Anais do XLIII Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural – SOBER*, Ribeirão Preto, São Paulo, Brasil.
- Ederington, L. H. (1979). The hedging performance of the new futures markets. *The Journal of Finance*, 34(s.n.), 157-170.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- Engle, R. F., & Kroner, K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1), 122-150.
- Gaio, L. E., & Capitani, D. D. (2019). O desempenho do hedge para contratos futuros de boi gordo: uma análise a partir das principais praças produtoras brasileiras. *Organizações Rurais & Agroindustriais*, 21(1-3), 65-78.
- Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2011). *Econometria Básica*. (5a ed.). São Paulo: AMGH Editora.
- Hull, J. (2009). *Fundamentos dos mercados futuros e de opções*. (4a ed.). São Paulo: BM&FBOVESPA – Bolsa de Mercadorias e Valores.
- Johnson, L. L. (1960). The theory of hedging and speculation in commodity futures. *The Review of Economic Studies*, 27(3), 139–151.
- Monteiro, W. F., Rodrigues, M. A., Alves, A. F., & Parré, J. L. (2010). A não efetividade do hedge para o boi gordo. *Anais do XLVIII Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural – SOBER*, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil.
- Morettin, P. A., & Toloi, C. M. (2004). *Análise de séries temporais*. (2a ed.). São Paulo: Edgard Blucher.
- Müller, C. A., Moura, A. D., & Lima, J. E. (2008). Análise comparativa entre estratégias de hedge com base em modelos estáticos e dinâmicos para contratos futuros de café arábica. *Anais do XLVI Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural – SOBER*, Rio Branco, Acre, Brasil.
- Myers, R., & Thompson, S. (1989). Generalized optimal hedge ratio estimation. *American Journal of Agricultural Economics*, 71(4), 858–868.
- Oliveira Neto, O. J., Figueiredo, R. S., Maia, L., & Rezende, S. O. (2010). Comparação empírica da razão e efetividade de hedge pelos modelos de Myers & Thompson, Autorregressivo vetorial bivariado e vetorial de correção de erro. *INGEPRO - Inovação, Gestão e Produção*, 2(6), 1-13.
- Patias, J., Schlender, S. G., Höfler, C. E., Malheiros, M. A., & Godoy, L. P. (2019). Uma cadeia produtiva mais integrada? A utilização do hedge dinâmico na oscilação dos preços diários da cadeia produtiva da carne suína. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, 57(4), 519-529.

- Quintino, D. D. (2013). *Contratos futuros de etanol hidratado na BVMF-BOVESPA: uma análise da viabilidade*. (Tese de Doutorado em Economia). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba, São Paulo, Brasil.
- Resende, P. A. (2014). *Estimação de ordem em modelos AR ARCH e BEKK-GARCH usando o critério EDC*. (Tese de Doutorado em Matemática). Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, Distrito Federal, Brasil.
- Santos, R. R., & Maia, S. F. (2016). Razão ótima e efetividade do hedge do etanol hidratado nos contratos futuros de commodities sucroalcooleiras. *Revista Brasileira de Administração Científica*, 7(2), 33-48.
- Schlender, S. G., Da Silveira, V. G., & Ceretta, P. S. (2014). Razão de hedge ótimo dinâmico no mercado brasileiro de soja com o modelo DCC-GARCH. *Revista ESPACIOS*, 35(8).
- Silva, T. A., Oliveira Neto, O. J., & Machado, W. B. (2016). Gestão do risco do preço do açúcar para os principais estados produtores brasileiros no mercado futuro da BM&FBOVESPA. *Revista Gestão, Inovação e Negócios*, 2(2), 13-26.
- Souza, W. A., Bellinghini, D. F., Martines Filho, J. G., & Marques, P. V. (2011). A eficiência de cross-hedge do risco de preço de frangos com o uso de contratos futuros de milho da BM&FBOVESPA. *Sociedade, Contabilidade e Gestão*, 6(spe).
- Souza, W. A., Costa, A. R., Cavalcante, T. B., Zancan, C., & Marques, P. V. (2017). Avaliação de eficiência de estratégias de hedge para o risco do preço do café do Brasil com uso de contratos da BM&FBOVESPA. *Revista de Administração da UFSM*, 10(5), 908-928.
- Souza, P. A. (2020). *Razão ótima e efetividade do hedge para a cultura da soja nos municípios de rio verde, jataí, e cristalina no estado de goiás*. (Dissertação de Mestrado em Agronegócio). Programa de Pós-Graduação em Agronegócio, Universidade de Goiás, Goiânia, Goiás, Brasil.
- Stein, J. L. (1961). The simultaneous determination of spot and futures prices. *The American Economic Review*, 51(5), 1012-1025.
- Stelzer, R. (2008). On the relation between the vec and bekk multivariate garch models. *Econometric Theory*, 24(04), 1131-1136.
- Stoll, H. R., & Wharley, R. E. (1993). *Hedging with Futures Contracts: Futures and Options-Theory and Applications*. Cincinnati: South Western.
- Yang, W., & Allen, D. (2004). Multivariate GARCH hedge ratios and hedging effectiveness in Australian futures markets. *Accounting and Finance*, 45(s.n.).
- Zilli, J. B., Silva, A. F., Campos, S. K., & Costa, J. S. (2008). Razão ótima de hedge para os contratos futuros do boi gordo: uma análise do mecanismo de correção de erros. *Anais do XLVI Congresso Brasileiro de Economia e Sociologia Rural – SOBER*, Rio Branco, Acre, Brasil.

ANEXO

ANEXO A – Estimações de Razões Ótimas

Tabela 11: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por MQO – Janela 1

	Razão Ótima	Efetividade
Soja	1,06	70,73%
Boi Gordo	1,04	86,94%
Açúcar Cristal	1,09	78,72%
Etanol Hidratado	1,03	97,43%
Milho	0,68	59,68%
Café	0,90	99,07%

Fonte: Dados da Pesquisa.

Tabela 12: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por MQO – Janela 2

	Razão Ótima	Efetividade
Soja	0,23	86,68%
Boi Gordo	1,05	88,51%
Açúcar Cristal	0,92	77,64%
Etanol Hidratado	1,11	98,76%
Milho	1,67	52,63%
Café	0,91	73,55%

Fonte: Dados da Pesquisa.

Tabela 13: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por BEKK (1,1)

	Razão Ótima	Efetividade	$Cov(S_{t-1}, F_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(S_{t-1} \Omega_{t-1})$	$Var(F_{t-1} \Omega_{t-1})$
Soja	0,26	22,80%	0,00007270	0,00008330	0,00027800
Boi Gordo	0,02	0,06%	0,00000057	0,00002390	0,00002320
Açúcar	-0,27	3,70%	-0,00000331	0,00002450	0,00001210
Etanol	0,12	1,33%	0,00000529	0,00004680	0,00004510
Milho	0,16	8,61%	0,00004540	0,00008230	0,00029100
Café	0,61	47,80%	0,00019400	0,00024900	0,00031600

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: As estimações utilizaram as janelas completas e sem filtro-HP.

Tabela 14: Razão Ótima e Efetividade do Hedge por MQO

	Razão Ótima	Efetividade
Soja	0,89	69,21%
Boi Gordo	0,05	0,31%
Açúcar Cristal	0,06	1,50%
Etanol Hidratado	0,28	14,54%
Milho	0,13	5,60%
Café	0,65	45,85%

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nota: As estimações utilizaram as janelas completas e sem filtro-HP.